Chapitre 10

Mouvements et forces

Dans ce chapitre, il sera question de la mécanique du point. C'est-à-dire que le système étudié est assimilé à un point matériel.
Il existe deux approches pour étudier le mouvement d'un système : **cinématique** et **dynamique**. La cinématique consiste à étudier le mouvement du système sans tenir compte des causes qui le provoquent, alors que la dynamique, par opposition, est l'étude du mouvement d'un système en tenant compte des causes qui le provoquent. Les causes à l'origine du mouvement d'un système sont les **Forces extérieures** appliquées à ce système.
A ce titre, la cinématique peut être vue comme une approche expérimentale, où l'on étudie le mouvement d'un système par l'observation, contrairement à la dynamique qui est une approche théorique, fondamentale, où l'on cherche à mettre le problème en équation pour le résoudre et prédire le mouvement d'un objet lorsqu'il est soumis à telles ou telles forces.

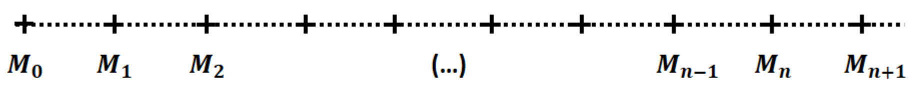
L'étude présentée dans ce chapitre offre une découverte de ces deux approches. La dynamique ne sera abordée que d'une manière approchée. Les équations formelles permettant de mettre en place une étude dynamique du mouvement d'un système seront vues dans le programme de terminale.

10.1 Cinématique du point : vecteur vitesse instantanée

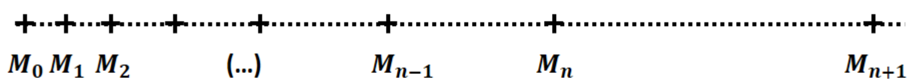
10.1.1 Chronophotographie

En cinématique, il est question d'étudier le mouvement du système par l'observation, à l'aide de chronophotographies. L'idée est de se placer dans un référentiel donné, et de « prendre en photo » le système d'étude à intervalles de temps réguliers. On notera Δt cet intervalle entre deux prises de vues. On peut ainsi reconstituer la trajectoire de l'objet dans l'espace, tout en conservant l'information temporelle. A chaque intervalle, on notera M_i le point matériel étudié pris après une durée $i \times \Delta t$ depuis l'instant initial. M_0 sera donc la position initiale à $t = 0$ s de l'objet, puis M_1 la position au temps $t = 0 + \Delta t$, M_2 au temps $t = 2\Delta t$ etc.

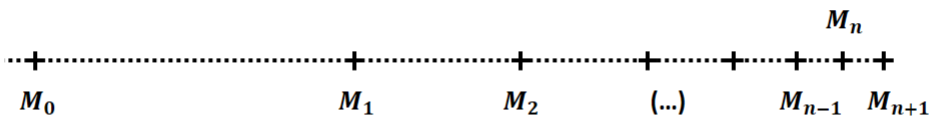
La figure **??** donne des exemples de chronophotographies obtenues pour des mouvements classiques : rectiligne uniforme, rectiligne accéléré, rectiligne ralenti et circulaire uniforme.



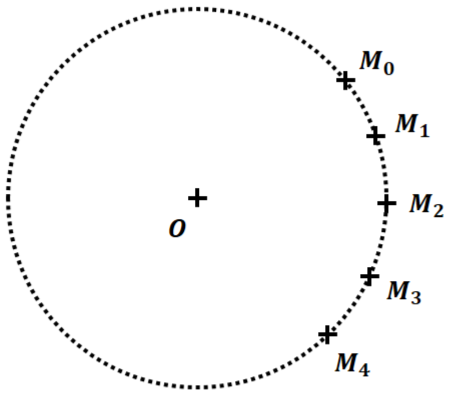
Mouvement rectiligne uniforme



Mouvement rectiligne accéléré



Mouvement rectiligne ralenti



Mouvement circulaire uniforme

Figure 10.1 – Exemples de chronophotagraphies pour des mouvements rectiligne uniforme, accéléré et ralenti, ainsi que pour un mouvement circulaire uniforme.

10.1.2 Vecteur vitesse instantanée

Vecteur vitesse instantanée

Pour un point $M(t)$ se déplaçant au cours du temps t, on définit le vecteur vitesse instantanée (ou simplement vecteur vitesse) $\overrightarrow{v}(t)$. Il représente les variations de la position par rapport au temps.

- Direction : tangent à la trajectoire
- Sens : dans le sens du mouvement
- Norme : $\|\overrightarrow{v}(t)\| = v(t)$ valeur de la vitesse au temps t (en m.s^{-1})

La mesure de ce vecteur vitesse au point $M_n = M(t)$ se fait par la moyenne des deux points l'entourant $M_{n-1} = M(t - \Delta t)$ et $M_{n+1} = M(t + \Delta t)$ suivant la relation suivante :

$$\overrightarrow{v}(t) = \frac{\overrightarrow{M_{n-1}M_{n+1}}}{2\Delta t} = \frac{\overrightarrow{M\,(t-\Delta t)\,M\,(t+\Delta t)}}{2\Delta t}$$

En cinématique, on ne peut avoir que des valeurs discrètes de la vitesse instantanée. En effet, pour connaître le mouvement de manière continue, il faudrait avoir une infinité de points sur les chronophotographies, et donc un intervalle de temps Δt infiniment court. Dans la pratique expérimentale, on ne peut évidemment pas enregistrer cette infinité de points.
La vitesse instantanée en un point $M_n = M(t)$ est alors calculée comme la moyenne entre les deux points plus proches voisins $M_{n-1} = M(t - \Delta t)$ et $M_{n+1} = M(t + \Delta t)$ comme le montre la figure **??**

Il faut ainsi tracer le vecteur $\overrightarrow{M_{n-1}M_{n+1}}$ qui relie les deux points entourant le point M_n. Ce vecteur fixe la direction et le sens du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$. Il faut ensuite diviser par $2 \times \Delta t$ pour obtenir la vitesse.

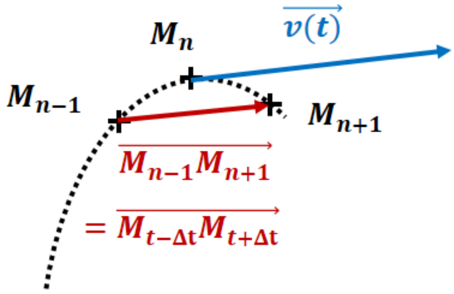


Figure 10.2 – Schéma représentant le vecteur vitesse instantanée moyen entre ses deux plus proches voisins

10.1.3 Variation du vecteur vitesse et accélération

Variations du vecteur vitesse - accélération

Pour un point $M(t)$ se déplaçant au cours du temps t, à une vitesse $\overrightarrow{v(t)}$, on définit la variation du vecteur vitesse autour de ce point entre les instants $t - \Delta t$ et $t + \Delta t$ par :

$$\Delta\overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{v}(t + \Delta t) - \overrightarrow{v}(t - \Delta t)$$

Remarque programme Terminale : De même que l'on définit la vitesse comme étant la variation de la position au cours du temps, on définit l'accélération comme étant la variation de la vitesse au cours du temps :

$$\overrightarrow{a}(t) = \frac{\Delta\overrightarrow{v}(t)}{2\Delta t}$$

Construction graphique : On considère une série de points M_n représentant les positions successives d'un point M au cours du temps (cf. figure **??**). Étudions la variation de vitesse du point M_8 : $\Delta\overrightarrow{v_8} = \overrightarrow{v_9} - \overrightarrow{v_7}$

- Représenter les vecteurs vitesse $\overrightarrow{v_7}$, $\overrightarrow{v_8}$ et $\overrightarrow{v_9}$ pour les points M_7, M_8 et M_9
- Construire le vecteur $\overrightarrow{v_9}$ en partant de M_8
- Construire $-\overrightarrow{v_7}$ en partant de l'extrémité de $\overrightarrow{v_9}$
- On obtient alors le vecteur $\Delta\overrightarrow{v_8}$ au point M_8

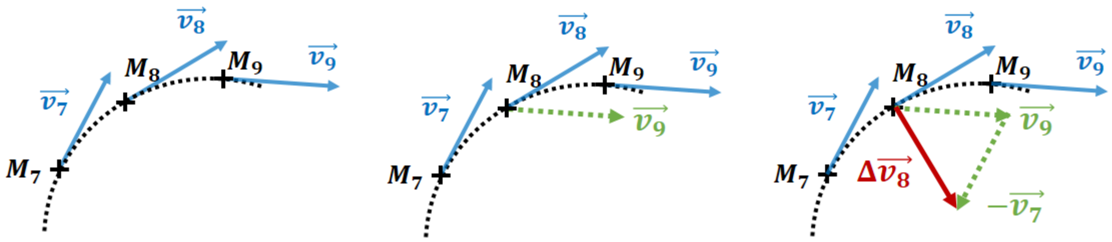


Figure 10.3

Remarque : Il existe une variante de ces formules. On peut en effet estimer la variation du vecteur vitesse $M(t)$ non pas en prenant les deux points qui l'entourent, mais en prenant tout simplement le point $M(t)$ et le suivant $M(t + \Delta t)$ ou le précédent $M(t - \Delta t)$.

10.2 Étude approchée de la dynamique du point

Dans la dynamique du point, on tient compte des causes à l'origine du mouvement du système, à savoir les forces extérieures appliquées au système. L'étude rigoureuse du mouvement en tenant compte des forces se fait normalement grâce à la **seconde loi de Newton (ou Principe Fondamental de la Dynamique - PFD)**. Cette loi sera explicitée en détail dans le programme de terminale. Mais afin de commencer à en saisir le sens, nous allons voir une expression approchée de cette loi, permettant de relier l'influence des forces extérieures sur le mouvement du système.

10.2.1 Expression approchée de la seconde loi de Newton (ou Principe Fondamental de la Dynamique

Seconde loi de Newton approchée

La seconde loi de Newton, pour un système de masse constante, relie la somme des forces extérieures $\sum \overrightarrow{F}_{ext}$ appliquée au système à la masse m du système et à son accélération $\overrightarrow{a}(t)$ suivant l'équation suivante :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\,\overrightarrow{a}(t) = m\frac{\Delta\overrightarrow{v}(t)}{\Delta t}$$

- $\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2 + ... + \overrightarrow{F}_n$ la résultante des forces extérieures (en N).
- m la masse du système (en kg).
- $\overrightarrow{a}(t)$ l'accélération au point $M(t)$ (en m.s^{-2}).
- $\Delta\overrightarrow{v}(t)$ le vecteur variation de vitesse au point $M(t)$ (en m.s^{-1}).
- Δt la durée entre deux positions successives (en s).

Remarque : La seconde loi de Newton ne peut s'appliquer que dans un référentiel dit galiléen.

10.2.2 Utilisation de cette loi

Utilisation de la seconde loi de Newton approchée

En fonction de la situation, on peut utiliser cette relation pour donner une valeur approchée de la résultante des forces extérieures lorsqu'on connait la variation de la vitesse en fonction du temps, ou bien à l'inverse on peut estimer les variations de vitesse si l'on connait les forces extérieures :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\frac{\Delta\overrightarrow{v}(t)}{\Delta t} \quad \Longleftrightarrow \quad \Delta\overrightarrow{v}(t) = \frac{\Delta t}{m}\sum \overrightarrow{F}_{ext}$$

Remarque : Pour bien comprendre ce chapitre, il faut avant tout bien revoir le chapitre de Maths du programme de Seconde sur les vecteurs ! L'essentiel consiste à se rappeler comment on construit graphiquement la somme ou la différence de deux vecteurs.

Exemple : Un cycliste suit un mouvement rectiligne accéléré. Il passe d'un point A avec une vitesse de $v_A = 22$ km.h^{-1} à un point B avec une vitesse $v_B = 28$ km.h^{-1} en une durée $\Delta t = 3000$ ms. On suppose que le système {cycliste + vélo} n'est soumis qu'à une seule force constante de valeur $F = 50$ N.

1. Représenter la situation sur un schéma en faisant apparaître les vecteurs vitesses $\overrightarrow{v}_A$ et $\overrightarrow{v}_B$, et le vecteur variation de vitesse $\Delta\overrightarrow{v}$ entre les points A et B.
2. Déterminer la masse du système.

1. Le schéma de la situation est donné sur la figure **??** ci-dessous :

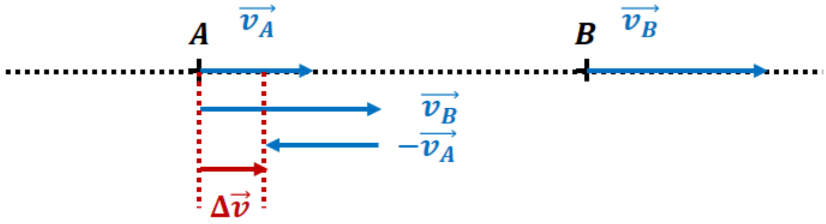


Figure 10.4

2. Pour calculer la masse, on utilise la seconde loi de Newton :

$$\begin{aligned} &\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\frac{\Delta\overrightarrow{v}(t)}{\Delta t} \\ &\iff m = \frac{\Delta t}{\Delta v}F \\ &\iff m = \frac{3,0}{\frac{28}{3{,}6} - \frac{22}{3{,}6}} \times 50 \\ &\iff m = 90 \text{ kg} \end{aligned}$$