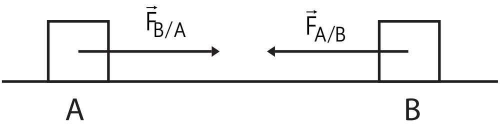
Chapitre 03 Le mouvement des satellites et des planètes lois de Kepler

J'APPRENDS

1. La propulsion par réaction

1.1. Le principe de l'action et de la réaction. (3e loi de Newton)

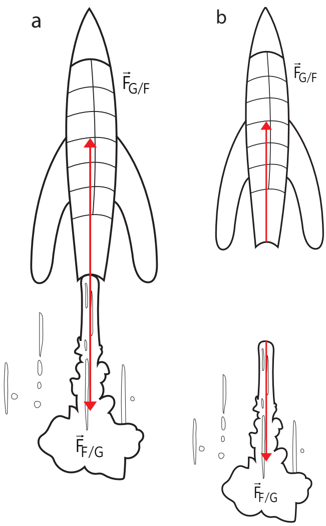
Si un objet A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un objet B, alors l'objet B exerce une force $\vec{F}_{B/A}$ sur l'objet A telle que $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$



$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ les deux forces sont de même norme (ou intensité ou module), même direction mais de sens opposé.

C'est sur ce principe que se base la propulsion des fusées :

La fusée exerce une force $\vec{F}_{F/G}$ sur les gaz et les gaz exercent une force $\vec{F}_{G/F}$ sur la fusée. Les deux forces étant opposées, la fusée est soumise à un mouvement ascendant (figure 2).



(a) la fusée exerce une force $\vec{F}_{F/G}$ sur les gaz qui sont éjectés vers le bas.
Les gaz exercent une force $\vec{F}_{G/F}$ qui est propulsée vers le haut.

(b) Ceci permet le décollage de la fusée

1.2. Conservation de la quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé

On appelle système isolé, un système qui n'est soumis à aucune force extérieure.
Un système est dit pseudo-isolé, s'il est soumis à des forces extérieures qui se compensent.

Dans les deux cas $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$. C'est la 1ère loi de Newton (principe d'inertie). Ceci conduit à $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$, d'où $\vec{p} = \overrightarrow{constante}$.

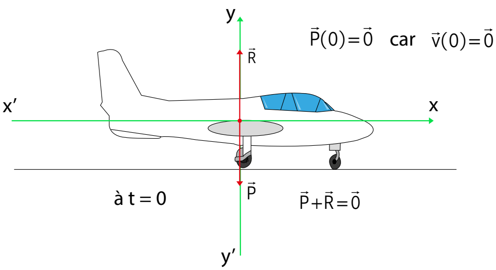
Le vecteur quantité de mouvement d'un système $\vec{p}$ est donné par $\vec{p} = m\vec{v}$
m : masse en kg
v : vitesse en s^{-1}
p : quantité de mouvement en kg ms^{-1}

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement se conserve si le système est isolé ou pseudo-isolé.

1.3. Décollage d'un avion et d'une fusée

1.3.1. Décollage d'un avion

Le système considéré est l'ensemble avion + gaz.
A t = 0 juste avant le décollage $\vec{p}(0) = \vec{0}$, donc $\vec{p}(avion) + \vec{p}(gaz) = \vec{0}$ (figure 3).



A t = 0, le système est pseudo-isolé car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent sur l'axe des ordonnées yy' et il n'y a aucune force sur l'axe des abscisses xx'.

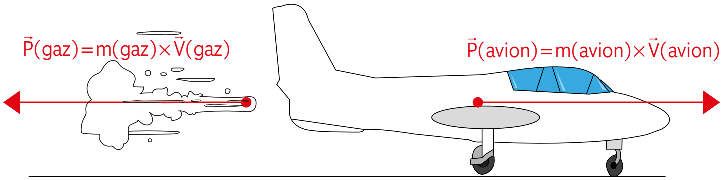
Lors du décollage les gaz injectés en arrière ont pour effet la propulsion de l'avion vers l'avant.
Le vecteur $\vec{p}$ étant constant, on a : $\vec{p}(t) = \vec{p}(0)$

$$\vec{p}(t) = \vec{0}$$

mais $\vec{p}(t) = \vec{p}(avion) + \vec{p}(gaz)$

d'où m(avion) × $\vec{V}$ (avion) + m(gaz) × $\vec{V}$ (gaz) = $\vec{0}$

$$\vec{V}\,(\text{avion}) = \frac{-m(\text{gaz}) \times \vec{V}(\text{gaz})}{m(\text{avion})} \quad (\text{figure 4})$$



La vitesse du gaz $\vec{V}$ (gaz) étant dirigée vers l'arrière, l'avion est propulsé en avant, c'est le mode de propulsion par réaction.

1.3.2. Décollage d'une fusée

Dans le cas d'une fusée, la force de son poids $\vec{P}$ est compensée par la force du moteur qui expulse les gaz en arrière.

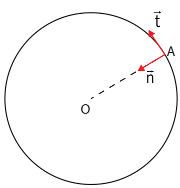
2. Mouvements circulaires et repère de Frenet

2.1. Définitions

Un système est soumis à un mouvement circulaire dans un référentiel donné si sa trajectoire est un arc de cercle.
Le mouvement peut être circulaire uniforme si la norme v de sa vitesse est constante, ou circulaire non uniforme si la norme v varie.
Quoi qu'il en soit, il y a toujours une accélération $\vec{a}$ car le vecteur vitesse $\vec{v}$ varie étant donné que même dans le cas où la norme v est constante, la direction du vecteur $\vec{v}$ varie, donc le vecteur $\vec{v}$ n'est pas constant.

2.2. Le repère de Frenet

Le repère de Frenet est défini par (A, $\vec{t}$, $\vec{n}$)
L'origine du repère A est confondue avec le système (considéré comme un point matériel).
Donc l'origine du repère est un point mobile.
$\vec{t}$ vecteur unitaire tangentiel
$\vec{n}$ vecteur unitaire normal, centripète (dirigé vers le centre de la trajectoire)

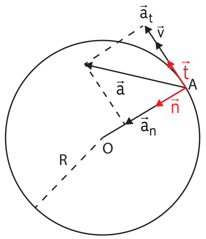


Repère de Frenet défini par (A, $\vec{t}$, $\vec{n}$)

2.3. Vitesse et accélération d'un système en mouvement circulaire

Le vecteur $\vec{v}$ étant tangent à la trajectoire, on a : $\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_t = v \\ v_n = 0 \end{array}\right.$

Le vecteur $\vec{a}$ a pour coordonnées : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_t = \dfrac{dv}{dt} \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} \end{array}\right.$



vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ dans le repère de Frenet

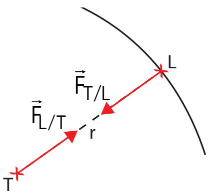
La composante $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ correspond à la variation du module du vecteur $\vec{v}$. Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme v = cte donc $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

La composante $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ correspond à la variation de la direction du vecteur vitesse $\vec{v}$. Donc même dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme $a_n \neq 0$.

3. Mouvement circulaire d'un satellite

3.1. La loi de l'attraction gravitationnelle peut s'appliquer aux satellites considérés comme des corps

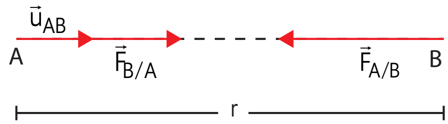
On appelle satellite un corps qui tourne sous l'effet de la gravitation autour d'un autre corps. La lune est un satellite naturel de la Terre (figure 7)



La terre (T) et la lune (L) présentent une répartition sphérique de masse, donc on peut les considérer comme des corps ponctuels et les présenter par leur centre de gravité.

D'après la loi de l'attraction universelle :
Deux corps A et B de masses respectives m_A et m_B séparés d'une distance r, exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction opposées telles que :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$



Interaction gravitationnelle entre deux corps ponctuels A et B

m_A et m_B masses de A et B en kilogramme (kg)

$\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ forces en Newton (N)
r distance en m entre A et B
$\vec{u}_{AB}$ vecteur unitaire de direction (AB) dirigé de A vers B
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm² kg^{-2} constante de gravitation

3.2. Étude dynamique du mouvement d'un satellite

On définit :

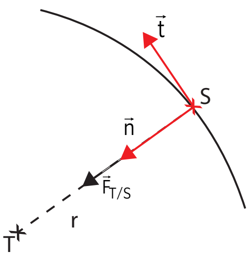
Référentiel : Astrocentrique (pour les satellites terrestres, ce sera le géocentrique pour les planètes autour du soleil, le référentiel sera héliocentrique).

Repère : repère de Frenet (S, $\vec{t}$, $\vec{n}$), l'origine S du repère étant le satellite.

Système : le satellite

Forces appliquées sur le système : la force gravitationnelle.

Loi appliquée : la relation fondamentale de la dynamique (2e loi de Newton)



La seule force qui s'exerce sur S est la force gravitationnelle

$\vec{F}_{T/S}$ donc d'après la 2e loi de Newton $\sum \vec{F} = m_S\vec{a}$

$$\vec{F}_{T/S} = m_S\vec{a}$$

$$G\frac{m_T m_S}{r^2}\vec{n} = m_S(a_t\vec{t} + a_n\vec{n})$$

$m_S \neq 0$ d'où $G\dfrac{m_T}{r^2}\vec{n} = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}$

en remplaçant a_t par $\dfrac{dv}{dt}$ et a_n par $\dfrac{v^2}{r}$ on obtient : $G\dfrac{m_T}{r^2}\vec{n} = \dfrac{dv}{dt}\vec{t} + \dfrac{v^2}{r}\vec{n}$

Cette égalité est vraie si $\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = 0 \\ \text{et } \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{Gm_T}{r^2} \end{cases}$

$\dfrac{dv}{dt} = 0$ implique que la norme v de la vitesse est constante, donc que le mouvement du satellite est uniforme.

$\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{Gm_T}{r^2}$ implique $v^2 = \dfrac{Gm_T}{r}$ et $v = \sqrt{\dfrac{Gm_T}{r}}$

v, G et m_T étant des constantes, r est alors une constante, donc le mouvement est circulaire.

Conclusion : le mouvement d'un satellite autour de la Terre est circulaire et uniforme.

3.3. Période de révolution

La période de révolution T d'une planète ou d'un satellite est le temps nécessaire à la planète ou au satellite pour effectuer un tour complet sur son orbite.
Dans le cas d'un satellite autour d'un astre, le mouvement est circulaire uniforme.
Au cours d'une période la distance parcourue par la planète ou le satellite est égale à la longueur de la circonférence d'un cercle de rayon r donc égale à 2πr. La vitesse étant constante

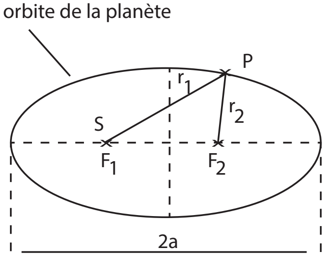
On a donc : $v = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}} = \dfrac{2\pi r}{T}$

d'où $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}} = 2\pi r \times \sqrt{\dfrac{r}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_T}}$

Période de révolution : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_T}}$
T période de révolution en s
r rayon de l'orbite circulaire en m
M_T masse de l'astre (ici de la Terre en kg)

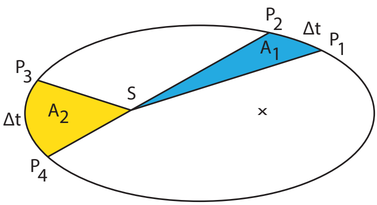
4. Les lois de Kepler

1ère loi ou loi des orbites : Dans un référentiel heliocentrique, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont l'un des foyers est le Soleil.



La planète P se déplace sur une orbite qui est une ellipse dont la longueur du grand axe est 2a et l'un des deux foyers F_1 est le Soleil.
On appelle ellipse l'ensemble des points dont la somme des distances r_1 et r_2 à deux points fixes F_1 et F_2 appelés foyers est constante .
$r_1 + r_2 =$ constante.

2e loi de Kepler ou loi des aires : Le segment qui relie le centre du Soleil au centre de la planète balaye des aires égales pendant des durées égales.



Pendant la durée Δt la planète est passée de la position P_1 à la position P_2 et a balayé l'aire A_1. Pendant la même durée Δt, la planète est passée de la position P_3 à la position P_4 et a balayé l'aire A_2 . D'après la 2e loi de Kepler : $A_1 = A_2$.

3e loi de Kepler ou loi des périodes : Le rapport du carré de la période de révolution T d'une planète par le cube de la demi longueur du grand axe de son orbite a est une constante quelle que soit cette planète.

$$\frac{T^2}{a^3}=k$$

T période de révolution en s
a longueur du demi-axe de l'orbite en m
k constante en unités SI

Dans le cas du mouvement circulaire uniforme d'un satellite autour d'un astre on a déjà trouvé que : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{Gm_T}}$

Cela conduit à : $T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{Gm_T}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_T}$

Le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ ne dépend plus du satellite, mais seulement de la masse m_T de l'astre (ici la Terre) autour duquel gravite le satellite.