Suites et croissance

Exercice 1 :

Suite arithmétique

1) La consommation d'un produit augmente régulièrement de 2 tonnes par jour. Elle était de 17 tonnes au départ. Soit u_n la consommation au bout de n années et $u_0 = 17$.
   a) Calculer u_1, u_2 et u_3.
   b) Exprimer la consommation u_n en fonction de n.

2) La température d'un liquide, notée t_n, diminue de $0,5$ °C toutes les minutes. Initialement la température est $t_0 = 23$ (en degrés Celsius).
   a) Calculer t_1, t_2 et t_3.
   b) Exprimer la température t_n du liquide au bout de n année et calculer t_{20}.

3) Entre le 1er janvier 2003 et le 1er février 2003, le compte de Julie est passé de 1 300 € à 1 100 €. On suppose qu'elle va dépenser toujours la même somme par mois ; ainsi son capital va diminuer de la même somme par mois.
   On note u_n le montant de son compte n mois après le 1er janvier 2003 et $u_0 = 1\ 300$.
   a) Exprimer u_n en fonction de n, et calculer le montant du compte de Julie au 1er septembre 2003.
   b) À partir de quel mois le compte de Julie sera-t-il à découvert ?

4) De 1998 à 2002, le nombre de personne atteintes d'une maladie est passée de 224 000 à 248 000.
   a) Calculer l'accroissement moyen annuel durant cette période.

   On suppose que cette accroissement reste vrai durant les années à venir. On note alors u_n le nombre de malades l'année $1998 + n$.

   b) Donner le terme initial u_0. À quel terme correspond 248 000 ?
   c) Exprimer le nombre de malades u_n en fonction de n. En déduire le nombre de malades que l'on peut prévoir en 2010 ?
   d) À partir de quelle année le nombre de malades aura-t-il doublé par rapport à 1998 ?

5) En 1998, le nombre de licencié de la Fédération française de tennis (FFT) était de 1 350 000 et celui de le la Fédération française de golf (FFG) de 135 000.
   Chaque année, la FFT perd 31 000 licenciés et la FFG gagne 14 000 licenciés.
   On suppose que la croissance est linéaire durant les années à venir.
   On note T_n, le nombre de licenciés à la FFT en $1998 + n$ et G_n le nombre de licenciés à la FFG en $1998 + n$.
   a) Donner T_0 et G_0. Calculer T_1 et G_1.
   b) Exprimer T_n en fonction de n et calculer T_{15}.
   Exprimer G_n en fonction de n et calculer G_{15}.

c) On remarque qu'en 1998, il y avait un licencié FFG pour 10 licenciés FFT. Qu'est devenu ce rapport en 2001 ?

d) En quelle année les nombres des licenciés des deux fédérations seront-il égaux si la tendance se maintient ?

Exercice 2 :

Suites géométriques

1) Une population passe de 120 000 habitants à 144 000 habitants en un an.
On suppose que le coefficient multiplicateur reste constant.
   a) Calculer ce coefficient multiplicateur.
   b) Modéliser cette population et calculer la population au bout de 5 ans.

2) Le prix d'un article passe de 100 € à 105 € en un mois.
On suppose que le taux d'accroissement reste constant.
Modéliser ce prix et calculer le prix au bout de 6 mois.

3) La valeur d'un moto de 15 000 € à l'achat perd 20 % de sa valeur chaque année.
On note V_n la valeur n années après l'achat, avec $V_0 = 15\ 000$.
   a) Donner le coefficient multiplicateur correspondant.
   b) Exprimer la valeur de la moto en fonction de n.
   c) Calculer V_3. Peut-on dire qu'au bout de cinq ans elle ne vaut plus rien ?
   d) A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien d'années cette moto vaut moins de 4 000 €.

4) **Nouveau collège**.
Le tableau ci-dessous donne l'effectif d'un collège pour quatre années consécutives :

Année	1997	1998	1999	2000
Effectif	702	716	746	758

   a) Calculer le pourcentage d'augmentation des effectifs entre les deux premières années, puis entre les deux dernières années.
   b) Calculer la moyenne des pourcentage annuels d'augmentation.
   c) Les service départementaux choisissent un modèle dans lequel les effectifs augmente de 2,6 % par an.
   On note u_n l'effectif prévu pour l'année $2000 + n$. On a alors : $u_0 = 758$.
   Calculer u_1. Exprimer u_n en fonction de n.
   d) On estime que, lorsque l'effectif de collège aura dépassé 1 000 élèves, il faudra disposer d'un nouvel établissement.
   Pour quelle année devra-t-il être construit ?

5) **Secheresse**.
Durant une secheresse, un étang voit son volume diminué régulièrement du cinquième par semaine.
Au départ, il contenait 500 000 m^3.

a) Déterminer le volume de cet étang au bout d'une semaine, puis de trois semaines et de dix semaines.

b) A l'aide de la calculatrice, trouver le nombre de semaines à partir duquel l'étang a un volume inférieur de 30 000 m^3. Préciser les calculs justifiant la réponse.

6) **L'hypothèse de Malthus** (1766 - 1834).

En 1800 l'Angleterre comptait 8 millions d'habitants. Malthus avait émis l'hypothèse suivante :

- La population de l'Angleterre suit une progression géométrique en augmentant de 2 % par an ;
- L'agriculture anglaise, en 1800, permet de nourir 10 millions d'habitants et son amélioration permet de nourir 400 000 habitants supplémentaires par an, suivant une progression arithmétique.

a) Après avoir modélisé l'hypothèse de Malthus, calculer la population de l'Angleterre en 1900 et le nombre de personnes que pourrait nourir l'agriculture anglaise en 1900.

b) Déterminer à l'aide de la calculatrice, l'année à partir de laquelle l'agriculture anglaise ne permet plus de nourir la population anglaise, suivant l'hypothèse de Malthus.