

Contrôle de mathématiques

Jeudi 31 mars 2011

Exercice 1

Pondichery 2005 (10 points)

Partie 1

I.

- 1) On a : $u_1 = u_0 + 12 = 1180 + 12 = 1192$ et $u_2 = u_1 + 12 = 1204$
- 2) On ajoute 12 à chaque terme pour obtenir le suivant : la suite (u_n) est arithmétique, de raison $r = 12$ (et de premier terme $u_0 = 1180$).
- 3) a) Pour tout n , on a : $u_n = u_0 + nr = 1180 + 12n$
 b) En 2010, on a $n = 5$ donc $u_5 = 1180 + 12 \times 5 = 1240$ €.

II.

- 4) Le coefficient multiplicateur est : $CM = 1 + \frac{3,5}{100} = 1,035$
 On a donc $v_1 = v_0 \times 1,035 = 1027,50 \times 1,035 \simeq 1063,46$
 $v_2 = v_1 \times 1,035 \simeq 1100,68$
- 5) On multiplie par 1,035 chaque terme pour obtenir le suivant : la suite (v_n) est géométrique, de raison $q = 1,035$ (et de premier terme $v_0 = 1027,50$).
- 6) a) Pour tout n , on a : $v_n = v_0 \times q^n = 1027,50 \times 1,035^n$.
 b) En 2010, $n = 5$, donc $v_5 = 1027,50 \times 1,035^5 \simeq 1220,35$ €.

Partie 2

	A	B	C	D	E	F	G
n	année	Salaire mensuel	Salaire annuel avec	Cumul des salaires	Salaire mensuel	Salaire annuel avec	Cumul des salaires
		avec Boss	Boss	avec Boss	avec Rapido	Rapido	avec Rapido
0	2005	1 180,00	14 160,00	14 160,00	1 027,50	12 330,00	12 330,00
1	2006	1 192,00	14 304,00	28 464,00	1 063,46	12 761,55	25 091,55
2	2007	1 204,00	14 448,00	42 912,00	1 100,68	13 208,20	38 299,75
3	2008	1 216,00	14 592,00	57 504,00	1 139,21	13 670,49	51 970,25
4	2009	1 228,00	14 736,00	72 240,00	1 179,08	14 148,96	66 119,20
5	2010	1 240,00	14 880,00	87 120,00	1 220,35	14 644,17	80 763,38
6	2011	1 252,00	15 024,00	102 144,00	1 263,06	15 156,72	95 920,09
7	2012	1 264,00	15 168,00	117 312,00	1 307,27	15 687,20	111 607,30
8	2013	1 276,00	15 312,00	132 624,00	1 353,02	16 236,26	127 843,55
9	2014	1 288,00	15 456,00	148 080,00	1 400,38	16 804,52	144 648,08
10	2015	1 300,00	15 600,00	163 680,00	1 449,39	17 392,68	162 040,76
11	2016	1 312,00	15 744,00	179 424,00	1 500,12	18 001,43	180 042,19
12	2017	1 324,00	15 888,00	195 312,00	1 552,62	18 631,48	198 673,66

Partie 3

- 1) Chez Boss, l'augmentation est régulière (croissance linéaire) et, chez Rapido, elle est de plus en plus grande (croissance exponentielle). Si, dans les 6 premières années (jusqu'en 2010), il est préférable de travailler chez Boss, c'est chez Rapido qu'il faut travailler ensuite.
- 2) a) Le cumul des salaires chez Rapido dépassera celui chez Boss en 2016.
 b) Il faudra attendre un peu plus, pour les cumuls. Il faut différencier salaire mensuel et cumul des salaires mensuels (le premier est souvent choisi pour un capital au court terme et le second, pour un capital au long terme. . .).

Exercice 2

Asie 2004 (10 points)

Partie A

- 1) a) La décroissance n'est pas linéaire car les points représentant la suite ne sont pas alignés.
 b) Le premier jour, on a relevé une concentration de $1\,200 \text{ Bq.m}^{-3}$; la concentration est inférieure à la moitié de celle-ci, c'est-à-dire 600 Bq.m^{-3} à partir du cinquième jour.
- 2) a) Le pourcentage d'évolution de la concentration de radon entre le jour 1 et le jour 2 est : (que l'on retrouve à partir du coefficient multiplicateur indiqué (0,83))

$$\frac{996 - 1200}{1200} \times 100 \simeq -17 \%$$

- b) Le coefficient multiplicateur est quasi constant d'un jour sur l'autre (compris entre 0,83 et 0,85), ce qui permet de choisir un modèle de croissance exponentielle.
- c) Le pourcentage de diminution de la concentration du radon pendant la première semaine est :

$$\frac{408 - 1200}{1200} \times 100 \simeq -66 \%$$

La concentration du radon pendant la première semaine a baissé de 66 %.

Partie B

- 1) a) La concentration de radon le jour 8 est $408 \times 0,84 \simeq 343 \text{ Bq.m}^{-3}$.
 b) Soit u_n la concentration en radon au jour $n + 7$. Puisque le coefficient multiplicateur est égal à 0,84, (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,84$ (et de premier terme $u_0 = 408$).

Le cours donne : pour tout n , $u_n = u_0 \times q^n = 408 \times 0,84^n$

- 2) Le tableau complété

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	
2	u_n	408	343	288	242	203	171	143	

- 3) On a un $u_n \leq 200$ à partir de $n = 5$. La concentration de radon est inférieure à 200 Bq.m^{-3} à partir du 12^e jour.