

# Devoir de mathématiques

Jeudi 06 Avril 2010

Je vous ai laissé le cours sur le site. Regarder, après avoir compris la différence entre suite arithmétique et géométrique, le paragraphe "Application".

Voici un devoir sur les suites, n'hésitez pas à le faire à plusieurs afin de lever les différentes difficultés de telle ou telle question.

N'hésitez pas non plus à m'envoyer un mail pour tout problème.

A très bientôt.

PAUL MILAN

## Exercice 1

### Epargne (10 points)

Le premier janvier 2000, deux bébés viennent au monde : Urbain et Victor. Leurs familles respectives décident alors d'épargner pour leur enfant.

La famille d'Urbain verse 3 000 € le jour de la naissance de leur fils, sur un compte où le taux d'intérêt annuel est de 2,75 %. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectuent pendant les années suivantes. Le taux d'intérêt reste fixe.

La famille de Victor place 1 000 € dans une tirelire le 01/01/2000 et y verse ensuite, chaque premier janvier suivant, 240 € sans jamais effectuer de retrait.

- 1) Calculer l'argent disponible sur le compte de chaque enfant le jour de leur premier anniversaire. (1 point)

On appelle  $u_n$  le montant en euros du compte d'Urbain le premier janvier de l'année 2000 +  $n$ .

On appelle  $v_n$  le montant en euros de la tirelire de Victor le premier janvier de l'année 2000 +  $n$ .

Sur l'annexe 1, à rendre avec la copie, on a représenté la situation dans une feuille de calcul d'un tableur.

- 2) a) Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  et ses éléments caractéristiques ? (1 point)  
b) Exprimez  $u_n$  en fonction de  $n$ . (1 point)  
c) Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  et ses éléments caractéristiques ? (1 point)  
d) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ . (1 point)
- 3) Compléter le tableau de l'annexe 1. (1,5 point)

- 4) À partir de quelle date anniversaire Victor aura-t-il plus d'argent dans sa tirelire qu'Urban sur son compte ? (1 point)
- 5) Victor peut disposer de la totalité de l'argent de sa tirelire après son dix huitième anniversaire. Sa famille poursuit les versements annuels.
  - a) Avec la somme disponible dans sa tirelire, pourra-t-il acheter une voiture d'une valeur de 6000 € dès le 2 janvier 2018 ? (1 point)
  - b) Déterminer le nombre minimum d'années nécessaire pour que sa tirelire présente un solde suffisant permettant d'acheter la voiture ? (1,5 point)

## Exercice 2

### Pollution (10 points)

Un laboratoire est chargé de l'étude de l'eau d'une rivière. Cette étude porte notamment sur la concentration, exprimée en milligrammes par litre ( $\text{mg.L}^{-1}$ ) d'un polluant P présent dans l'eau. Ainsi en 2005, le laboratoire trouve une concentration pour P de  $0,826 \text{ mg.L}^{-1}$ .

Le tableau en annexe 3 (à rendre avec la copie) a été élaboré à l'aide d'un tableur.

Dans tout l'exercice, ces concentration sont données en  $\text{mg.L}^{-1}$  et sont **arrondies au millième**.

#### Partie A

Le graphique de l'annexe 2 (à rendre avec la copie) représente les concentration du polluant P présent dans l'eau, en fonction de l'année.

- 1) Compléter ce graphique en utilisant les données du tableau de l'annexe. (1 point)
- 2) Justifier que la croissance n'est pas linéaire. (1 point)

#### Partie B

Dans la colonne D du tableau de l'annexe 3 (à rendre avec la copie) on veut calculer le coefficient multiplicateur  $k$  qui permet d'obtenir la concentration d'une année en fonction de la concentration de l'année précédente.

- 1) Compléter dans le tableau, les valeurs de  $k$  arrondies au centième, pour les années 1991, 1992 et 1993. (1,5 point)
- 2) Au vu de ces résultats, quelle hypothèse peut-on formuler, à propos de la croissance de cette concentration ? (1 point)

#### Partie C

On note  $U_0$  la concentration du polluant P en 1990 et  $U_n$  la concentration en l'année  $(1990 + n)$  avec  $n$  entier naturel.

On suppose que cette concentration est donnée par la suite géométrique de premier terme  $U_0 = 0,530$  et de raison  $k = 1,03$ .

- 1) Exprimer la concentration  $U_n$  en fonction de  $n$ . (1 point)
- 2) Calculer la concentration prévisible pour l'année 2010. (1 point)
- 3) L'eau de la rivière ne peut être utilisée que si la concentration du polluant P reste inférieure à  $1 \text{ mg.L}^{-1}$ . Si aucune action de dépollution n'est entreprise, à partir de quelle année l'eau de la rivière ne sera-t-elle plus utilisable ? (1 point)

#### Partie D

On instaure, à partir de 2005, des mesures de protection de l'eau en limitant certains rejets. Ces mesures devraient permettre de faire baisser la concentration du polluant P de  $0,04 \text{ mg.L}^{-1}$  par an.

- 1) Calculer la concentration du polluant P attendue en 2006 suite à l'adoption de ces mesures. (1 point)
- 2) En admettant que ces mesures de protection soient efficaces, à partir de quelle année la concentration du polluant P sera-t-elle inférieure à celle de 1990? (1,5 point)

Nom :

Prénom :

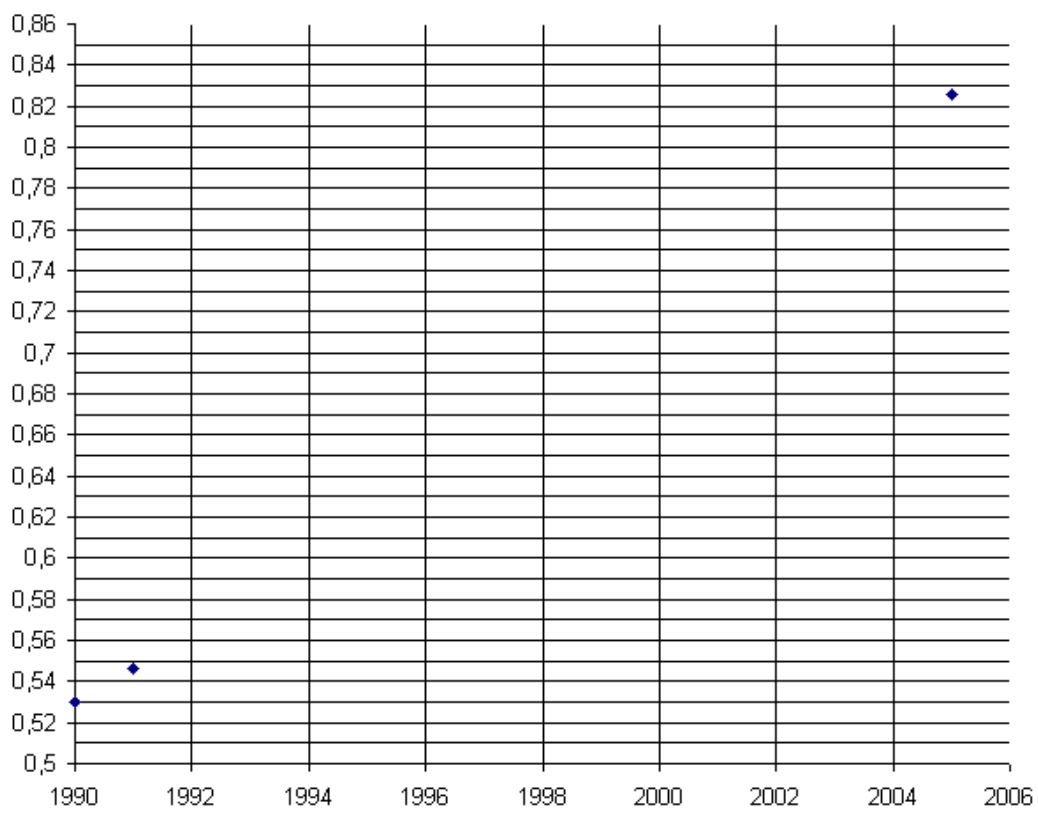
### Annexe 1

	A	B	C	D
	Année	Rang du terme de chaque suite	Compte d'Urbain Suite $u_n$	Tirelire de Victor Suite $v_n$
1				
2	2000	0	3000,00	1000,00
3	2001	1	3082,50	1240,00
4	2002	2	3167,27	1480,00
5	2003	3	3254,37	1720,00
6	2004	4	3343,86	1960,00
7	2005	5	3435,82	2200,00
8	2006	6	3530,31	2440,00
9	2007	7	3627,39	2680,00
10	2008	8	3727,14	2920,00
11	2009	9	3829,64	3160,00
12	2010	10	3934,95	3400,00
13	2011	11	4043,16	3640,00
14	2012	12		
15	2013	13		
16	2014	14		
17	2015	15		
18	2016	16		
19	2017	17		
20	2018	18		
21				

Nom :

Prénom :

## Annexe 2



Nom :

Prénom :

### Annexe 3

	A	B	C	D	E
1	Années	Valeurs de $n$	Concentrations de P	Calcul de $k$	Baisse de la concentration
2	1990	0	0,53		
3	1991	1	0,546		
4	1992	2	0,562		
5	1993	3	0,579		
6	1994	4			
7	1995	5			
8	1996	6			
9	1997	7			
10	1998	8			
11	1999	9			
12	2000	10			
13	2001	11			
14	2002	12			
15	2003	13			
16	2004	14			
17	2005	15	0,826		0,826
18	2006	16			
19	2007	17			
20	2008	18			
21	2009	19			
22	2010	20			
23	2011	21			
24	2012	22			
25	2013	23			
26	2014	24			