

Correction contrôle de mathématiques

Du mardi 29 septembre 2015

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes :

(4 points)

1) $2(3 - x) + 3\left(x - \frac{1}{3}\right) = 5 - x$ on a alors :

$$\begin{aligned} 6 - 2x + 3x - 1 &= 5 - x \\ -2x + 3x + x &= -6 + 1 + 5 \\ 2x &= 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad S = \{0\} \end{aligned}$$

2) $\frac{x+7}{4} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+2}{3}$ on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 12) \quad 3(x+7) - 2(x-1) &= 4(x+2) \\ 3x + 21 - 2x + 2 &= 4x + 8 \\ 3x - 2x - 4x &= -21 - 2 + 8 \\ -3x &= -15 \Leftrightarrow x = 5 \quad S = \{5\} \end{aligned}$$

3) $3(2x + 4) - 2x = 14 - 2(1 - 2x)$ on a alors :

$$\begin{aligned} 6x + 12 - 2x &= 14 - 2 + 4x \\ 6x - 2x - 4x &= -12 + 14 - 2 \\ 0x &= 0 \quad \text{toujours vrai, } \forall x \in \mathbb{R} \quad S = \mathbb{R} \end{aligned}$$

4) $x^2 - 7x + 3 = (x + 3)^2$ on a alors :

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 3 &= x^2 + 6x + 9 \\ -7x - 6x &= -3 + 9 \\ -13x &= 6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{13} \quad S = \left\{-\frac{6}{13}\right\} \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

1) $(-2x + 4)^2 + (-2x + 4)(5x - 25) = 0$ on factorise :

$$\begin{aligned} (-2x + 4)[(-2x + 4) + (5x - 25)] &= 0 \\ -2(x - 2)(3x - 21) &= 0 \\ -6(x - 2)(x - 7) &= 0 \quad S = \{2 ; 7\} \end{aligned}$$

2) $(x - 11)^2 + (3x - 33)(x + 2) = 0$ on factorise :

$$(x - 11)^2 + 3(x - 11)(x + 2) = 0$$

$$(x - 11)[(x - 11) + 3(x + 2)] = 0$$

$$(x - 11)(4x - 5) = 0 \quad S = \left\{ \frac{5}{4}; 11 \right\}$$

3) $9(x + 2)^2 - (2x - 2)^2 = 0$ on factorise :

$$[3(x + 2)]^2 - (2x - 2)^2 = 0$$

$$[(3(x + 2) - (2x - 2))][3(x + 2) + (2x - 2)] = 0$$

$$(x + 8)(5x + 4) = 0 \quad S = \left\{ -8; -\frac{4}{5} \right\}$$

4) $(x - 2)(2x + 7) = x^2 - 4$ on factorise :

$$(x - 2)(2x + 7) = (x - 2)(x + 2)$$

$$(x - 2)(2x + 7) - (x - 2)(x + 2) = 0$$

$$(x - 2)[(2x + 7) - (x + 2)] = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0 \quad S = \{-5; 2\}$$

5) $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \quad S = \{3\}$

EXERCICE 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

1) $\frac{2x + 3}{x - 1} = 5 \quad D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$$x \in D_f, \quad 2x + 3 = 5(x - 1)$$

$$2x - 5x = -3 - 5$$

$$-3x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3} \in D_f \quad S = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$$

2) $\frac{1}{2x - 3} = 2x - 3 \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

$$x \in D_f, \quad (2x - 3)^2 = 1$$

$$2x - 3 = 1 \text{ ou } 2x - 3 = -1$$

$$x = 2 \in D_f \text{ ou } x = 1 \in D_f \quad S = \{1; 2\}$$

3) $\frac{x + 1}{x + 2} + \frac{x - 1}{x - 2} = \frac{14}{x^2 - 4} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

$$x \in D_f, \quad \frac{x + 1}{x + 2} + \frac{x - 1}{x - 2} = \frac{14}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$(\times(x - 2)(x + 2)) \quad (x + 1)(x - 2) + (x - 1)(x + 2) = 14$$

$$x^2 - 2x + x - 2 + x^2 + 2x - x - 2 = 14$$

$$2x^2 - 4 - 14 = 0$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \in D_f \text{ ou } x = -3 \in D_f \quad S = \{-3; 3\}$$

EXERCICE 4**Résoudre les inéquations suivantes :****(5 points)**

$$1) 3 - 5x \geq 1 + x \Leftrightarrow -6x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \quad S = \left] -\infty ; \frac{1}{3} \right]$$

$$2) \frac{2}{3}x - 5 \geq \frac{4}{9}(x - 5) \text{ on a alors :}$$

$$(\times 9) \quad 6x - 45 \geq 4x - 20 \Leftrightarrow 2x \geq 25 \Leftrightarrow x \geq \frac{25}{2} \quad S = \left[\frac{25}{2} ; +\infty \right[$$

$$3) (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2) < 0 \text{ on factorise, puis on fait un tableau de signes :}$$

$$(2x - 3)[((2x - 3) - (x - 2))] < 0$$

$$(2x - 3)(x - 1) < 0$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = \frac{2}{3} \text{ et } x = 1$$

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x - 3$	-	-	0	+
$x - 1$	-	0	+	+
$(2x-3)(x-1)$	+	0	-	+

$$S = \left] 1 ; \frac{3}{2} \right[$$

$$4) \frac{x+3}{2x-1} \leq 4 \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\frac{x+3}{2x-1} - 4 \leq 0$$

$$\frac{x+3-8x+4}{2x-1} \leq 0$$

$$\frac{-7x+7}{2x-1} \leq 0$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = 1 \text{ et } x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$-7x - 1$	+	+	0	-
$2x + 1$	-	0	+	+
$\frac{-7x+7}{2x+1}$	-	+	0	-

$$S = \left] -\infty ; \frac{1}{2} \right[\cup \left[1 ; +\infty \right[$$

$$5) \frac{x-1}{x^2-9} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{(x-3)(x+3)} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-3 ; 3\}$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = 1 \text{ et } x = 3 \text{ et } x = -3$$

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$x - 1$	-	-	0	+	+
$x - 3$	-	-	-	0	+
$x + 3$	-	0	+	+	+
$\frac{x-1}{x^2-9}$	-	+	0	-	+

$$S = \left] -3 ; 1 \right] \cup \left[3 ; +\infty \right[$$

EXERCICE 5**Histoire de carrés.****(1,5 points)**

- Pour former un carré de côté a , il lui reste 14 jetons donc :

$$x = a^2 + 14 \quad (1)$$

- Pour former un carré de côté $a + 1$, il lui manque 11 jetons donc :

$$x = (a + 1)^2 - 11 \quad (2)$$

De (1) et (2) : $(a + 1)^2 - 11 = a^2 + 14$

$$a^2 + 2a + 1 - 11 = a^2 + 14$$

$$2a = -1 + 11 + 14$$

$$2a = 24 \Leftrightarrow a = 12$$

De (1) $x = a^2 + 14 = 12^2 + 14 = 158$

Esteban dispose de 158 jetons.

EXERCICE 6**1 = 2 !! Trouver l'erreur.****(1,5 points)**

L'erreur se situe à la ligne 5). En effet Justine divise par $(b - a)$ or d'après la condition de départ $b = a$ donc le diviseur $b - a$ est nul. Justine divise donc par 0 !!

Les autres lignes sont justifiées.

⚠ Il faut donc être vigilant, lorsque l'on divise, à ne pas diviser par 0 au risque de conclusion pour le moins surprenante.