

Contrôle de mathématiques

Mardi 12 avril 2016

EXERCICE 1

Alignement

(3 points)

Soit un triangle ABC. On donne les points D et E définis par :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

- 1) Sur l'annexe construire les points D et E. On laissera les traits de construction.
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 3) En déduire que A, E et D sont alignés

EXERCICE 2

Repère quelconque

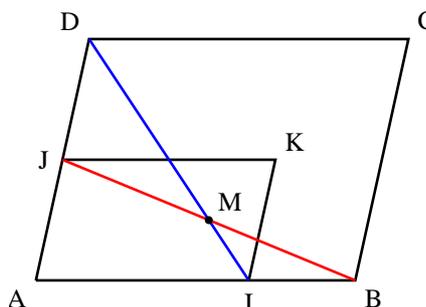
(4 points)

ABCD et AIKJ sont deux parallélogrammes construits comme l'indique la figure ci-dessous :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

Le point M est l'intersection des droites (DI) et (BJ).

On choisit le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD})$.



On se propose de démontrer que les points M, K et C sont alignés.

- 1) Quelles sont les coordonnées des points I, C, D et K ?
- 2) Démontrer que $3x + 2y - 2 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (DI).
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BJ) et en déduire les coordonnées du point M.
- 4) Montrer alors que les points M, K et C sont alignés.

EXERCICE 3

Vrai-faux

(4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1) **Affirmation 1 :** « La droite d'équation cartésienne $-4x + 3y + 1 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}(-3 ; 4)$. »
- 2) **Affirmation 2 :** « La droite d'équation cartésienne $-4x + 2y + 8 = 0$ est parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 5$. »

3) **Affirmation 3** : « La droite passant par le point $A(1 ; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(-1 ; 2)$ a pour équation cartésienne $2x + y - 4 = 0$. »

4) On donne $M(x ; 5)$, $A(2 ; 4)$, $R(3 ; x - 1)$ et $E(2, 1)$.

Affirmation 4 : « Les droites (AM) et (ER) sont sécantes pour tout réel x . »

EXERCICE 4

Relations entre angles orientés

(2 points)

On donne $(\vec{u} ; \vec{v}) = \frac{3\pi}{4} [2\pi]$.

Déterminer la mesure principale des angles suivants : $(2\vec{u} ; \vec{v})$, $(3\vec{v} ; \vec{u})$ et $(-\vec{v} ; 2\vec{u})$

EXERCICE 5

Mesure principale

(3 points)

1) Pourquoi $\frac{5\pi}{8}$ et $\frac{117\pi}{8}$ sont deux mesures d'un même angle ?

2) Déterminer la mesure principale des angles suivants : $-\frac{7\pi}{3}$ et $\frac{53\pi}{6}$

3) Après avoir donné la mesure principale donner les valeurs des lignes trigonométriques suivantes : $\sin \frac{13\pi}{6}$, $\cos \frac{11\pi}{3}$

EXERCICE 6

Trigonométrie

(4 points)

1) On donne $\cos x = \frac{5}{13}$ et $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$.

Déterminer $\sin x$ et $\tan x$

2) Soit x la mesure principale d'un angle.

Déterminer x pour que :
$$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

3) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $\sqrt{2} \sin x + 1 = 0$

b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Nom :

Prénom :

Annexe de l'exercice 1
(À rendre avec la copie)

