

Contrôle de mathématiques

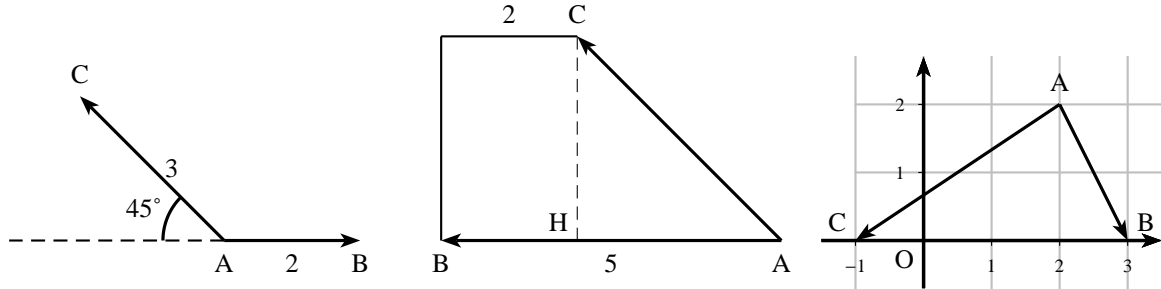
Lundi 23 mai 2016

EXERCICE 1

Figure

(1,5 points)

Dans chacun des cas suivants, calculer la valeur exacte du produit scalaire : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.



EXERCICE 2

Orthogonalité

(1,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé et m est un réel.

On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -m+2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4m \\ -1 \end{pmatrix}$. Déterminer m pour que \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux.

EXERCICE 3

Angle

(3 points)

Soit ABCD un carré de côté 1. Soit M un point de [AB] tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et N un point de [BC] tel que $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) En calculant le produit scalaire $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN}$ de 2 façon différentes, déterminer la mesure exacte de l'angle \widehat{MDN} . On pourra introduire le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

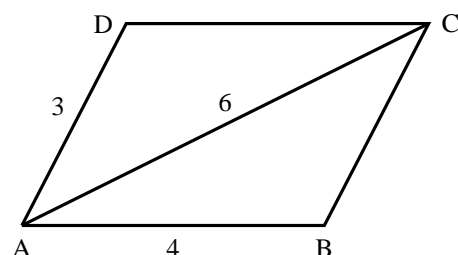
EXERCICE 4

Parallélogramme

(3 points)

Soit ABCD un parallélogramme tel que : $AB = 4$; $AD = 3$ et $AC = 6$.

- 1) Déterminer la valeur exacte de : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
- 2) En déduire la mesure à $0,1^\circ$ près de l'angle \widehat{BAD} .
- 3) a) Développer $(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD})^2$.
b) En déduire la valeur exacte de la longueur BD.



EXERCICE 5

Droite et cercle

(5 points)

On donne le cercle \mathcal{C} d'équation : $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 4 = 0$.

Soit la droite d d'équation $4x + y - 31 = 0$.

- 1) a) Déterminer le centre Ω et le rayon r du cercle \mathcal{C} .
 b) Montrer que les points $A(7; 3)$ et $B(-1; 1)$ appartiennent au cercle \mathcal{C} .
 c) Tracer sur l'annexe, à rendre avec la copie, le cercle \mathcal{C} .
- 2) a) Montrer que le point A appartient à la droite d .
 b) Tracer la droite d sur l'annexe.
 c) Montrer que la droite d est tangente au cercle \mathcal{C} en A .
 d) La tangente en B au cercle \mathcal{C} est-elle parallèle à d ?

EXERCICE 6

Relation d'Al-Kashi

(3 points)

Soit la triangle ABC . On pose $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

On donne : $a = 6$, $b = 8$ et $c = 10$

- 1) Donner la relation d'Al-Kashi, puis montrer que : $\cos \widehat{BAC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- 2) Donner une valeur de \widehat{BAC} à $0,1^\circ$ près.
- 3) Par une permutation circulaire, donner une valeur à $0,1^\circ$ près de \widehat{ABC} .

EXERCICE 7

Théorème de la médiane

(3 points)

Soit un triangle ABC . Soit I le milieu de $[BC]$.

- 1) Démontrer que : $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$.
- 2) Application numérique : $AB = 5$, $AC = 7$ et $BC = 11$.
 Calculer la longueur exacte de la médiane AI .

Nom :

Prénom :

Annexe de l'exercice 5
(À rendre avec la copie)

