

# Contrôle de mathématiques

Lundi 12 février 2018

## EXERCICE 1

### Monotonie d'une suite

(2 points)

Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_n = 2n^2 + n$

- 1) Calculer  $u_{n+1} - u_n$  en fonction de  $n$ .
- 2) Que peut-on dire de la monotonie de la suite  $(u_n)$  ? Justifier.

## EXERCICE 2

### Suite arithmétique et suite géométrique

(5 points)

- 1) La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r$  et de premier terme  $u_0$ .  
On donne :  $u_{20} = 52$  et  $u_{51} = 145$ 
  - a) Déterminer la raison  $r$  et le premier terme  $u_0$ .
  - b) Calculer  $u_{150}$
- 2) Calculer la somme :  $S = 2 + 7 + 12 + 17 + \dots + 452$ . On précisera la formule utilisée.
- 3) La suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 3$  et de premier terme  $v_0 = 18$ 
  - a) Déterminer  $n$  pour que  $v_n = 39\,366$   
On pourra utiliser la table des puissances de 3 suivante :

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3^n$	3	9	27	81	243	729	2187	6 561	19 683

- b) Calculer la somme :  $S' = 18 + 54 + 162 + \dots + 39\,366$ .  
On précisera la formule utilisée.

## EXERCICE 3

### Limite d'une suite

(5 points)

Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} u_0 = 800 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 400 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $u_1, u_2, u_3$ .  
b) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ? Pourquoi ?
- 2) On pose pour tout entier  $n$  :  $v_n = u_n - 1000$ 
  - a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on donnera la raison  $q$  et le premier terme  $v_0$ .
  - b) Déterminer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

## EXERCICE 4

### Rebonds d'une balle

(4 points)

Lucas lâche une balle d'une hauteur de 24 m. On estime que, lorsque la balle rebondit, la hauteur de son rebond perd 10 % par rapport au précédent rebond. On considère que la balle ne rebondit plus lorsque la hauteur du rebond est inférieur à 1 cm.

On appelle  $h_n$  la hauteur de rebond de la balle après le  $n$ -ième rebond. On pose  $h_0 = 24$ .

- 1) Justifier que la suite  $(h_n)$  est une suite géométrique dont précisera la raison  $q$ .
- 2) On voudrait déterminer le nombre de rebonds qu'effectue la balle de Lucas. Pour cela, on a écrit un algorithme incomplet pour connaître le nombre de rebonds :

**Variables :**  $N$  : entier et  $H$  réel  
**Entrées et initialisation**  
 |  $\dots \rightarrow N$   
 |  $\dots \rightarrow H$   
**Traitement**  
 | **tant que**  $H \dots$  **faire**  
 | |  $\dots \rightarrow N$   
 | |  $\dots \rightarrow H$   
 | **fin**  
**Sorties :** Afficher ...

Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il donne le nombre de rebonds de la balle.

- 3) On admet que la balle a effectué 74 rebonds. Quelle distance a parcourue la balle ?  
 On donnera le résultat au cm près.

## EXERCICE 5

### Nombre de termes

(4 points)

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme  $u_0 = 9$ .

Soit  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . On voudrait déterminer  $n$  pour que  $S_n = 5\,559$ .

- 1) Déterminer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 2) Montrer que  $S_n = 5\,559$  est équivalent à  $2n^2 + 11n - 5\,550 = 0$
- 3) Déterminer la valeur de  $n$ .
- 4) Écrire un programme permettant de vérifier la valeur de  $n$  trouvé.