Correction contrôle de mathématiques

Du mercredi 29 mai 2019

Exercice 1

Bac S et spécialités **(5 points)**

1) On obtient le tableau suivant :

	M	SVT	PC	Total
R	21	32	18	71
$\overline{\text{R}}$	16	6	7	29
Total	37	38	25	100

2) a) $p(\text{SVT}) = \dfrac{38}{100} = 0,38$ b) $p(\text{PC} \cap \text{R}) = \dfrac{18}{100} = 0,18$

3) $p(\overline{\text{PC}} \cap \overline{\text{R}}) = p(\overline{\text{PC} \cup \text{R}}) = 1 - p(\text{PC} \cup \text{R}) = 1 - [p(\text{PC}) + p(\text{R}) - p(\text{PC} \cap \text{R})]$

$$= 1 - \frac{25 + 71 - 18}{100} = 0,22$$

4) $p_{\text{M}}(\overline{R}) = \dfrac{16}{37} \approx 0,432$ 5) $p(R) = \dfrac{71}{100} = 0,71$

Exercice 2

QCM **(5 points)**

1) Il s'agit d'un tirage successif avec remise avec 2 éventualités : $2^4 = 16$ tirages

2) Probabilité de chacun des événements suivants :

a) Un seule grille favorable $p(\text{A}) = \dfrac{1}{16}$

b) Un seule grille favorable $p(\text{B}) = \dfrac{1}{16}$

c) 4 grilles favorables : $p(\text{C} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

d) On passe par l'événement contraire : $p(\text{D}) = 1 - p(\text{B}) = 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$.

3) Le professeur met 5 points pour chacune des réponses justes et enlève 3 points par réponse fausse. Si le total est négatif, il met 0. On note X la variable aléatoire égale à la note obtenue par l'élève.

a) 4 bonnes réponses : 20,
3 bonnes réponses $15 - 3 = 12$,
2 bonnes réponses $10 - 6 = 4$,
1 bonne réponse $5 - 9 = -4 \to 0$ ou aucune bonne réponse $-12 \to 0$.

X prend les valeurs : 20, 12, 4, 0.

b) Calculons la probabilité d'avoir 2 bonnes réponses : $p(X=2) = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$

6 choix pour deux bonnes réponses : 6 choix : (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4).

$p(X=0) = \dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{16}$.

On obtient la loi de probabilité de X suivante :

x_i	0	4	12	20
$p(X = x_i)$	$\dfrac{5}{16}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{16}$

c) $\text{E}(X) = 0 \times \dfrac{5}{16} + 4 \times \dfrac{3}{8} + 12 \times \dfrac{1}{4} + 20 \times \dfrac{1}{16} = \dfrac{0+24+48+20}{16} = \dfrac{92}{16} = 5,75$

Exercice 3

Tirage **(points)**

1) Pour gagner 8 € il faut tirer un boule verte parmi les 7 puis un boule rouge parmi les 6 restantes : $p(X=8) = \dfrac{4}{7} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{2}{21}$.

2) a) X peut prendre les valeurs -5. -4, 8 et 10.

Pour perdre 4 € il faut tirer une boule verte parmi les 7 puis ne pas tirer une boule rouge parmi les 6 restantes : $p(X=-4) = \dfrac{4}{7} \times \dfrac{5}{6} = \dfrac{10}{21}$

On obtient la loi de probabilité de X suivante :

x_i	-5	-4	8	10
$p(X = x_i)$	$\dfrac{2}{7}$	$\dfrac{10}{21}$	$\dfrac{2}{21}$	$\dfrac{1}{7}$

b) $\text{E}(X) = -5 \times \dfrac{2}{7} - 4 \times \dfrac{10}{21} + 8 \times \dfrac{2}{21} + 10 \times \dfrac{1}{7} = \dfrac{-30-40+16+30}{21} = -\dfrac{24}{21}$

$= -\dfrac{8}{7} \approx -1,14$ €.

3) Soit x le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge.

$\text{E}(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{-30-40+2x+30}{21} = 0$

$2x = 40 \quad \Leftrightarrow \quad x = 20$

x_i	-5	-4	x	10
$p(X = x_i)$	$\dfrac{2}{7}$	$\dfrac{10}{21}$	$\dfrac{2}{21}$	$\dfrac{1}{7}$

Exercice 4

Parties de tennis **(5 points)**

1) On dispute 9 parties de tennis, assimilée à un tirage avec remise, dont les conditions sont identiques et indépendantes. Sur une partie on appelle succès "le joueur B gagne la partie" dont la probabilité est 0,4.

X suit dont une loi binomiale de paramètres 9 et 0,4 : $\mathscr{B}(9\,;\ 0,4)$.

2) $p(X = 3) = \binom{9}{3} 0,4^3 0,6^6 = \text{binomFdp}(9\ ,\ .4\ ,\ 3) \approx 0,251$.

3) $p(X \geqslant 5) = 1 - p(X \leqslant 4) = 1 - \text{binomFRép}(9\ ,\ 0.4\ ,\ 4) \approx 0,267$.

4) a) Y suit la loi binomiale $\mathscr{B}(7\ ;\ 0,4)$.

   b) $p(Y \leqslant 2) = \text{binomFRép}(7\ ,\ 0.4\ ,\ 2) \approx 0,420$