

Correction contrôle de mathématiques

Du lundi 30 septembre 2019

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes :

(4 points)

1) $9(x + 1) + 7(x - 5) - 4(x - 5) = -42$, on a alors :

$$9x + 9 + 7x - 35 - 4x + 20 = -42$$

$$12x = -9 + 35 - 20 - 42$$

$$12x = -36 \Leftrightarrow x = -3 \Leftrightarrow S = \{-3\}$$

2) $(3x - 2)(7 - 2x) = (6x + 1)(1 - x)$, 1^{er} degré, on développe

$$21x - \cancel{6x^2} - 14 + 4x = 6x - \cancel{6x^2} + 1 - x$$

$$21x + 4x - 6x + x = 14 + 1$$

$$20x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

3) $\frac{2x - 1}{4} - \frac{x + 1}{12} = \frac{5x + 3}{6}$, on a alors :

$$(\times 12) \quad 6x - 3 - x - 1 = 10x + 6$$

$$6x - x - 10x = 3 + 1 + 6$$

$$-5x = 10 \Leftrightarrow x = -2 \Leftrightarrow S = \{-2\}$$

4) $\frac{2x - 5}{14} + \frac{2x + 3}{2} = 1 + \frac{8x + 1}{7}$, on a alors :

$$(\times 14) \quad 2x - 5 + 14x + 21 = 14 + 16x + 2$$

$$2x + 14x - 16x = 5 - 21 + 14 + 2$$

$$0x = 0 \text{ toujours vrai } \Leftrightarrow S = \mathbb{R}$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

1) $(2x + 3)(4 + 5x) + 4x + 6 = 0$, on factorise :

$$(2x+3)(4+5x)+2(2x+3) = 0 \Leftrightarrow (2x+3)(4+5x+2) = 0 \Leftrightarrow (2x+3)(5x+6) \Leftrightarrow S = \left\{ -\frac{3}{2}; -\frac{6}{5} \right\}$$

2) $(3x + 2)(4x - 1) = (8x - 2)(7x - 8) \Leftrightarrow (3x + 2)(4x - 1) - (8x - 2)(7x - 8) = 0 \Leftrightarrow$

$$(3x+2)(4x-1) - 2(4x-1)(7x-8) = 0 \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow} (4x-1)(3x+2-14x+16) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(4x-1)(-11x+18) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{18}{11} \right\}$$

$$3) (3x+4)^2 - (4x-2)^2 = 0 \stackrel{\text{diff de 2 carrés}}{\Leftrightarrow} (3x+4-4x+2)(3x+4+4x-2)$$

$$(-x+6)(7x+2) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{ -\frac{2}{7}; 6 \right\}$$

$$4) x^2 + 6x + 9 = (2x-3)(x+3) \stackrel{\text{carré parfait}}{\Leftrightarrow} (x+3)^2 = (2x-3)(x+3)$$

$$(x+3)^2 - (2x-3)(x+3) = 0 \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow} (x+3)(x+3-2x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(-x+6) = 0$$

$$\Leftrightarrow S = \{-3; 6\}$$

$$5) 4x^2 = 5, \text{ égalité de deux carrés}$$

$$2x = \sqrt{5} \text{ ou } 2x = -\sqrt{5} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow S = \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$$

EXERCICE 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

$$1) \frac{2x}{3x-5} = \frac{3}{5} \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

$x \in D_f$, produit en croix

$$10x = 9x - 15 \Leftrightarrow x = -15 \in D_f \Leftrightarrow S = \{-15\}$$

$$2) \frac{3x+1}{x+1} - 2 = \frac{3x}{2x+2} \Leftrightarrow \frac{3x+1}{x+1} - 2 = \frac{3x}{2(x+1)} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$x \in D_f$, On multiplie par $2(x+1)$

$$6x+2-4(x+1) = 3x \Leftrightarrow 6x+2-4x-4 = 3x$$

$$-x = 2 \in D_f \Leftrightarrow S = \{-2\}$$

$$3) \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = 0 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-3; -2; -1\}$$

$x \in D_f$, On multiplie par $(x+1)(x+2)(x+3)$

$$x+3+x+1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2 \notin D_f \Leftrightarrow S = \emptyset$$

EXERCICE 4

Résoudre les inéquations suivantes :

(4 points)

$$1) \frac{3-2x}{5} - \frac{x-2}{10} < \frac{5x+2}{2} - \frac{1}{5} \stackrel{\times 10}{\Leftrightarrow} 6-4x-x+2 < 25x+10-2 \Leftrightarrow$$

$$-4x-x-25x < -6-2+10-2 \Leftrightarrow -30x < 0 \Leftrightarrow x > 0 \Leftrightarrow S =]0; +\infty[$$

$$2) \frac{3x+4}{x+1} \leq 2 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$x \in D_f, \quad \frac{3x+4}{x+1} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+4-2x-2}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x+1} \leq 0$$

Valeurs frontières : $x = -2$ et $x = -1$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x+2$	-	0	+	+
$x+1$	-	-	0	+
$\frac{x+2}{x+1}$	+	0	-	+

$$S = [-2 ; -1[$$

$$3) (x-2)(3x-1) \geq 3x-1 \Leftrightarrow (x-2)(3x-1) - (3x-1) \geq 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x-2-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-1)(x-3) \geq 0 \quad \text{Valeurs frontières : } x = \frac{1}{3} \text{ et } x = 3$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	3	$+\infty$
$3x-1$	-	0	+	+
$x-3$	-	-	0	+
$(3x-1)(x-3)$	+	0	-	+

$$S = \left] -\infty ; \frac{1}{3} \right] \cup [3 ; +\infty[$$

$$4) \frac{x}{(x+1)(5-x)} \geq 0 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1 ; 5\}$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = 0, \quad x = -1 \text{ et } x = 5$$

x	$-\infty$	-1	0	5	$+\infty$
x	-	-	0	+	+
$x+1$	-	0	+	+	+
$5-x$	+	+	+	0	-
$\frac{x}{(x+1)(5-x)}$	+	-	0	+	-

$$S = \left] -\infty ; -1 \right[\cup [0 ; 5[$$

EXERCICE 5

Élection et excursion

(2 points)

1) Soit x : nombre d'élèves de la classe.

Sachant que 2 élèves n'ont pas voté, le nombre de voix est alors : $x-2$, on a alors :

$$\frac{1}{2}(x-2) + \frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{7}(x-2) + 3 = x-2$$

$$(\times 28) \quad 14(x-2) + 7(x-2) + 4(x-2) + 84 = 28x - 56$$

$$14x - 28 + 7x - 14 + 4x - 8 + 84 = 28x - 56$$

$$14x + 7x + 4x - 28x = 28 + 14 + 8 - 84 - 56$$

$$-3x = -90 \Leftrightarrow x = 30$$

Il y a 30 élèves dans la classe.

2) Soit x : nombre de défections pour l'excursion.

Le prix global de l'excursion ne change pas, il est partagé dans le premier cas par 25 élèves et dans le second cas par $(25-x)$ élèves. On a alors :

$$12 \times 25 = 15(25-x) \Leftrightarrow 300 = 375 - 15x \Leftrightarrow 15x = 75 \Leftrightarrow x = 5.$$

Il y a eu 5 défections pour l'excursion organisée par Claire.

EXERCICE 6**Vrai-Faux****(2 points)****1) Proposition Vraie**

$$\frac{5(x+2)}{x-1} > 0 \stackrel{\div 5}{\Rightarrow} \frac{x+2}{x-1} > 0$$

Le signe du quotient est le signe du produit alors $(x+2)(x-1) > 0$

Remarque : Par contre : si $\frac{5(x+2)}{x-1} \geq 0$ alors $(x+2)(x-1) \geq 0$ est fausse.

La fraction ne s'annule pas pour $x = 1$.

2) Proposition fausse.

$x^2 < 16 \Leftrightarrow x^2 - 16 < 0 \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow} (x-4)(x+4) < 0$. On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$	-4	4	$+\infty$			
$x - 4$	-		-		0	+	
$x + 4$	-		0	+		0	+
$x^2 - 16$	+		0	-		0	+

donc $x \in] -4 ; 4[$

Remarque : On aurait pu raisonner avec un contre-exemple :

par exemple $-5 \in] -\infty ; 4[$ mais $(-5)^2 = 25 \notin 16$.