

Devoir de MATHÉMATIQUES

A rendre pour le 9 avril 2020

EXERCICE 1

Se repérer dans le cercle trigonométrique

(3 points)

Tracer le cercle trigonométrique de rayon 2 cm, à l'aide d'un compas :
(on laissera les traits de construction)

- 1) Placer le point A associé à l'angle $\frac{\pi}{3}$.
- 2) Placer le point B, symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses.
Donner les angles associés à ce point dans $[0 ; 2\pi]$ puis dans $] - \pi ; \pi]$.
- 3) Placer le point C, symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées.
Donner les angles associés à ce point dans $[0 ; 2\pi]$ puis dans $] - \pi ; \pi]$.
- 4) Placer le point D, symétrique de A par rapport à O.
Donner les angles associés à ce point dans $[0 ; 2\pi]$ puis dans $] - \pi ; \pi]$.

EXERCICE 2

Lignes trigonométrique

(3 points)

- 1) Déterminer l'angle associé à $-\frac{13\pi}{6}$ dans l'intervalle $] - \pi ; \pi]$.
En déduire les valeurs de $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$.
- 2) Même question avec les angles $\frac{91\pi}{4}$ et $\frac{25\pi}{6}$.

EXERCICE 3

Formules trigonométrique

(2 points)

On admet la formule suivante : $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

- 1) Exprimer $\sin^2 x$ en fonction de $\cos(2x)$.
- 2) En déduire $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\sin \frac{\pi}{8}$

EXERCICE 4

Équations

(2 points)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- 1) $2 \cos x = 1$
- 2) $2 \sin x + 1 = 0$

EXERCICE 5**Approximation d'une équation****(2 points)**

La solution de l'équation $\cos x = x$ ne peut s'exprimer avec des fonctions élémentaires.

On cherche alors à déterminer une valeur approchée de la solution. Pour cela, on introduit une suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \cos u_n$.

On admet que cette suite converge vers ℓ telle que $\ell = \cos \ell$.

On écrit le programme suivant en python 

```

from math import *
def solution(p):
    u=0
    i=0
    while fabs(u-cos(u)) >= 10*(-p):
        i=i+1
        u=cos(u)
    return (u, i)

```

- 1) Que représentent les variables p et i ?
- 2) Que renvoie le programme pour `solution(4)` ?
- 3) Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de la solution en radian puis en degré.

EXERCICE 6**Étude d'une fonction****(8 points)**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{\cos x}{3 + \sin^2 x}$

- 1) Montrer que la fonction f est 2π -périodique. Interpréter graphiquement.
- 2) La fonction f est-elle paire ?
En déduire le plus petit intervalle d'étude de la fonction f .
- 3) Montrer que $f'(x) = \frac{\sin x(\sin^2 x - 5)}{(3 + \sin^2 x)^2}$
On pourra être amené à utiliser la formule : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
- 4) En déduire les variations de la fonction f sur $[0 ; \pi]$.
- 5) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$
- 6) Tracer la fonction f sur l'intervalle $[-\pi ; 3\pi]$.

On prendra comme unité : $\pi = 2$ cm sur les abscisses et $1 = 6$ cm sur les ordonnées.

On pourra s'aider de la calculatrice.