Mardi 30 mai 2023

BACCALAURÉAT

DE MATHÉMATIQUES

PREMIÈRE

Durée de l'épreuve : 2 HEURES
Les calculatrices sont AUTORISÉES

Coefficient : 8

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*

Exercice 1 **(5 points)**

1) **Réponse c) :** $E(X) = -5 \times 0,71 + 0 \times 0,03 + 10 \times 0,1 + 50 \times 0,2 = 7,55$.
2) **Réponse a) :** $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$.
3) **Réponse b) :** La parabole est tournée vers le bas donc $a < 0$, coupe deux fois l'axe des abscisses donc $\Delta > 0$ et l'image de 0 est positive donc $c > 0$.
4) **Réponse d) :** Si on commence la boucle à 1, il faut initialiser la somme à -2 et i doit prendre les valeurs de 1 à 36.
5) **Réponse c) :** La suite (u_n), non constante, n'est pas arithmétique à cause du coefficient 2 et n'est pas géométrique à cause du coefficient -5.

Exercice 2 **(5 points)**

1) $f'(x) = \dfrac{2x(x+1) - 1(x^2+1)}{(x+1)^2} = \dfrac{2x^2 + 2x - x^2 - 1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2}$.

2) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \overset{\Delta=8}{\Leftrightarrow} x_1 = \dfrac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = -1 + \sqrt{2}$ ou $x_2 = -1 - \sqrt{2} \notin]-1\,;+\infty[$.

   $f'(x)$ est du signe du trinôme $x^2 + 2x - 1$.

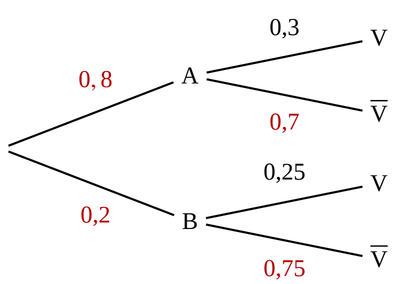
x	-1		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{2}-2$	$\nearrow$	$+\infty$

3) $f(0) = 1$ et $f'(0) = -1$ d'où T : $y = f'(0)x + f(0) \Leftrightarrow y = -x + 1$

4) $d(x) = f(x) - x = \dfrac{x^2+1}{x+1} - x = \dfrac{x^2 + 1 - x^2 - x}{x+1} = \dfrac{-x+1}{x+1}$
   - $d(x) > 0 \Leftrightarrow -x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < 1$: $\mathscr{C}_f$ est au dessus de la droite.
   - $d(x) < 0 \Leftrightarrow -x + 1 < 0 \Leftrightarrow x > 1$: $\mathscr{C}_f$ est en dessous de la droite.

Exercice 3 **(5 points)**

D'après l'énoncé, on a : $p(A) = 0,8$, $p_A(V) = 0,3$ et $p_B(V) = 0,25$. D'où l'arbre suivant :



1) $p_B(\overline{V}) = 1 - p_B(V) = 1 - 0,25 = 0,75$.

   On a 75 % de chance de perdre contre le monstre B.

2) $p(B \cap V) = p(B) \times p_B(V) = 0,2 \times 0,25 = 0,05 = \dfrac{1}{20}$.

3) $p(V) \overset{\text{prob. totale}}{=} p(A \cap V) + p(B \cap V) = p(A) \times p_A(V) + 0,05 = 0,8 \times 0,3 + 0,05 = 0,29$.

4) $p_V(B) = \dfrac{p(B \cap V)}{p(V)} = \dfrac{0,05}{0,29} \approx 0,172$

EXERCICE 4 (5 points)

Dans le repère $\left(O\,,\ \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}\,,\ \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}\right)$, on a : M$(3\,;-2)$, C$(0\,;\,3)$, et D$(-2\,;\,0)$

1) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 6 - 6 = 0$

   Donc $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{DC}$, la droite (OM) est perpendiculaire à la droite (DC).

2) $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} = -6 + 15 = 9.$

3) Comme H est le projeté orthogonal de M sur (DC), alors $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} = \text{CD} \times \text{CH}$.

   $\text{CH} = \dfrac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM}}{\text{CD}} = \dfrac{9}{\sqrt{4+9}} = \dfrac{9}{\sqrt{13}} \approx 2,50.$