

Correction contrôle de mathématiques

Du lundi 25 septembre 2023

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

- 1) **Réponse a)** : $-5x - 17 = \frac{1}{2}x + 3 \stackrel{\times 2}{\Leftrightarrow} -10x - 34 = x + 6 \Leftrightarrow -11x = 40 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{40}$
- 2) **Réponse c)** : $(x - 1)(2x + 7) - (x - 1)(7 - x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(2x + 7 - 7 + x) = 0$
 $\Leftrightarrow 3x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.
- 3) **Réponse b)** : $\frac{3x - 1}{4x + 3} = \frac{1}{4x + 3} \stackrel{x \neq -\frac{3}{4}}{\Leftrightarrow} (3x - 1)(4x + 3) = 4x + 3 \Leftrightarrow$
 $(3x - 1)(4x + 3) - (4x + 3) = 0 \Leftrightarrow (4x + 3)(3x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$ (non retenu) ou $x = \frac{2}{3}$
- 4) **Réponse d)** : $(\times 6) \Leftrightarrow 9x + 6 - 4 + 4x > 12x + x - 5 \Leftrightarrow 0x > -7$ toujours vrai.
- 5) **Réponse c)** : Soit x la part de la 1^{re} personne, on a alors :
 $x + (x + 4) + (x + 8) + (x + 12) + (x + 16) + (x + 20) = 270 \Leftrightarrow 6x + 60 = 270 \Leftrightarrow x = \frac{210}{6} = 35$
 La part de la 6^e personne est donc : $35 + 20 = 55$ €.

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

- 1) $2(3 - 4x) - 5x + 9 = -3 - 7x \Leftrightarrow 6 - 8x - 5x + 9 = -3 - 7x \Leftrightarrow$
 $-8x - 5x + 7x = -6 - 9 - 3 \Leftrightarrow -6x = -18 \Leftrightarrow x = 3 \Leftrightarrow S = \{3\}$.
- 2) $\frac{2x + 5}{3} - \frac{x - 3}{4} = x + \frac{x - 7}{12} \stackrel{\times 12}{\Leftrightarrow} 8x + 20 - 3x + 9 = 12x + x - 7 \Leftrightarrow$
 $8x - 3x - 12x - x = -20 - 9 - 7 \Leftrightarrow -8x = -36 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{9}{2} \right\}$
- 3) $(2x - 1)(7 - x) = 3(x + 5)(2x - 1) \Leftrightarrow (2x - 1)(7 - x) - 3(x + 5)(2x - 1) \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow}$
 $(2x - 1)(7 - x - 3x - 15) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(-4x - 8) = 0 \Leftrightarrow -4(2x - 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -2 \Leftrightarrow S = \left\{ -2; -\frac{1}{2} \right\}$
- 4) $(2x + 1)^2 - (4 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)^2 = (4 - x)^2$ égalité de 2 carrés :
 $2x + 1 = 4 - x$ ou $2x + 1 = -4 + x \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -5 \Leftrightarrow S = \{-5; 1\}$
- 5) $x^2(x - 1) - 4(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 1$ ou $x = 2$ ou $x = -2 \Leftrightarrow S = \{-2; 1; 2\}$

EXERCICE 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

- 1) $\frac{17 - 3x}{x - 2} = \frac{2}{3}$, $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$, par un produit en croix :

- $x \in D_f, \quad 51 - 9x = 2x - 4 \Leftrightarrow -11x = -55 \Leftrightarrow x = 5 \in D_f \Leftrightarrow S = \{5\}$
- 2) $\frac{6x+4}{2x+3} = \frac{3x-2}{x-4}, \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}; 4\right\}$, par un produit en croix :
- $x \in D_f, \quad (6x+4)(x-4) = (3x-2)(2x+3) \Leftrightarrow 6x^2+4x-24x-16 = 6x^2+9x-4x-6 \Leftrightarrow$
 $4x-24x-9x+4x = 16-6 \Leftrightarrow -25x = 10 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$
- 3) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-5} = \frac{3x+1}{x(x-4)}, \quad D_f = \mathbb{R}^* - \{4; 5\}$, on multiplie par $x(x-4)(x-5)$:
- $x \in D_f, \quad (x-4)(x-5) + 2x(x-4) = (3x+1)(x-5) \Leftrightarrow$
 $x^2 - 5x - 4x + 20 + 2x^2 - 8x = 3x^2 - 15x + x - 5 \Leftrightarrow$
 $-5x - 4x - 8x + 15x - x = -20 - 5 \Leftrightarrow -3x = -25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{\frac{25}{3}\right\}$

EXERCICE 4**Résoudre les inéquations suivantes :****(5 points)**

- 1) $9 - 5x - 3(7x + 2) \geq 4(4x + 7) - 11 \Leftrightarrow 9 - 5x - 21x - 6 \geq 16x + 28 - 11 \Leftrightarrow$
 $-5x - 21x - 16x \geq -9 + 6 + 28 - 11 \Leftrightarrow -42x \geq 14 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{3} \Leftrightarrow S = \left] -\infty; -\frac{1}{3} \right]$
- 2) $(x-1)^2 \leq (2x-5)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 - (2x-5)^2 \stackrel{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow}$
 $(x-1-2x+5)(x-1+2x-5) \leq 0 \Leftrightarrow (-x+4)(3x-6) \leq 0 \stackrel{\div 3}{\Leftrightarrow} (-x+4)(x-2) \leq 0$

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$-x+4$		+	0	-
$x-2$		-	0	+
$(-x+4)(x-2)$		-	0	-

Valeurs frontières : $x = 2$ ou $x = 4$ $S = \left] -\infty; 2 \right] \cup \left[4; +\infty \right[$

- 3) $(2x-1)^2 + 4 < 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2 < -4$ impossible car $\forall x \in \mathbb{R}, (2x-1)^2 \geq 0, S = \emptyset$
- 4) $\frac{x-5}{2x-3} \geq 3 \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$
 $\frac{x-5}{2x-3} - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-5-6x+9}{2x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-5x+4}{2x-3} \geq 0, \text{ s'annule en } x = \frac{4}{5}$

x	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-5x+4$		+	0	-
$2x-3$		-	-	0
$\frac{-5x+4}{2x-3}$		-	0	+

 $S = \left[\frac{4}{5}; \frac{3}{2} \right[$ **EXERCICE 5****Problèmes****(2 points)**

- 1) Soit x : le prix initial d'un pantalon en euros.
 $43x + 17(x-1) + (100 - 43 - 17) \times 1,5 = 1\,243 \Leftrightarrow 43x + 17x = 1\,243 - 60 + 17$
 $\Leftrightarrow 60x = 1\,200 \Leftrightarrow x = 20$. Le prix d'un pantalon était initialement de 20 €.
- 2) Soit x : la part de la première personne.
 $x + (x+70) + (2x-150) = 1\,900 \Leftrightarrow 4x = 1\,900 - 70 + 150 \Leftrightarrow 4x = 1\,980 \Leftrightarrow x = 495$.
 Les parts de chaque personne sont respectivement : 495 €, 565 € et 840 €.