

Contrôle de mathématiques

Jeudi 7 décembre 2023

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_3 = 27$ et $u_7 = 55$, alors on a :

- a) $u_{52} = 364$ b) $u_{52} = 370$ c) $u_{52} = 363$ d) $u_{52} = 371$

2) La somme $S = 4 + 10 + 16 + 22 + \dots + 622$ vaut :

- a) 32 552 b) 32 229 c) 32 136 d) 31 229

3) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_{n+1} = 2v_n - 5$ et $v_3 = -51$. On a alors :

- a) $v_0 = -9$ b) $v_0 = 0$ c) $v_0 = 2$ d) $v_0 = -2$

4) La somme $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{30}$ est égale à :

- a) $\frac{1 - 5^{30}}{4}$ b) $\frac{5^{30} - 1}{4}$ c) $\frac{1 - 5^{31}}{4}$ d) $\frac{5^{31} - 1}{4}$

5) Que va afficher le programme en langage Python 

```
u=200
for i in range(1,4):
    u=0.9*u
print(u)
```

- a) 145,80 b) 131,22 c) 118,10 d) 180,00

EXERCICE 2

Prix d'un appartement

(5 points)

À l'issue d'une étude conduite pendant plusieurs années, on modélise l'évolution du prix du m^2 d'un appartement neuf dans une ville française de la manière suivante :

À partir d'un prix de 4 200 € le m^2 en 2019, on applique chaque année une augmentation annuelle de 3 %.

1) Calculer, selon ce modèle, le prix du m^2 d'un appartement neuf dans cette ville en 2020 et en 2021.

2) On considère la suite de terme général u_n qui permet d'estimer, avec ce modèle, le prix en euro du m^2 d'un appartement neuf l'année 2019 + n . On a donc $u_0 = 4\,200$.

a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

On se justifiera et on précisera les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .

b) En déduire l'expression du terme u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

c) Selon ce modèle, pourra-t-on acheter en 2024, un appartement de 40 m² si l'on dispose d'une somme de 200 000 € ?

- 3) On définit, en langage Python 🐍, la fonction seuil ci-contre :
 Recopier et compléter les lignes 4, 5 et 7 de sorte que cette fonction renvoie le nombre d'années nécessaires pour que, selon ce modèle, le prix du m² d'un appartement neuf dépasse 8 000 €.

```

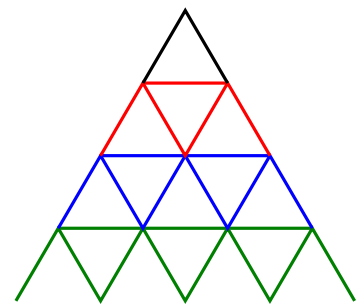
1 def seuil() :
2     u=4200
3     n=0
4     while .... :
5         u = ...
6         n=n+1
7     return ...
    
```

EXERCICE 3

Château de cartes

(5 points)

On désire construire un château de cartes avec 1 962 cartes. On a représenté sur la figure ci-contre les 4 premiers étages.
 Soit (u_n) la suite arithmétique où u_n représente le nombre de cartes à l'étage n .



- 1) Donner la raison r et le premier terme u_1 de la suite (u_n) .
- 2) Montrer que le nombre d'étage n du château construit avec les 1 962 cartes vérifie : $3n^2 + n - 3 924 = 0$.
- 3) Calculer le nombre d'étages construits.
- 4) Proposer un algorithme en langage Python 🐍 permettant de donner le nombre d'étages construits à partir des 1 962 cartes et de la suite (u_n) .

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 1600 \\ u_{n+1} = 0,8u_n + 120 \end{cases}$$

- 1) a) Calculer u_1, u_2 et u_3 .
 b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Pourquoi ?
- 2) On pose $v_n = u_n - 600$.
 a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme v_0 .
 b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n .
 c) Quelle est la limite de la suite (u_n) ?