

# Correction contrôle de mathématiques

## Du lundi 25 mars 2024

### EXERCICE 1

#### QCM

(5 points)

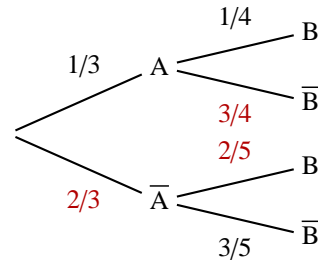
1) **Réponse c)** : ni ordre, ni répétition. Il y a 15 tirages possibles.

1 tirage avec 2 boules vertes et 3 tirage avec 2 boules rouge d'où :  $p(A) = \frac{1+3}{15} = \frac{4}{15}$

2) **Réponse b)** :  $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 1 - p(\bar{A}) + p(B) - p(A \cup B)$   
 $= 1 - 0,7 + 0,4 - 0,5 = 0,2$

3) **Réponse d)** : on peut faire l'arbre suivant :

$$\begin{aligned}
 p(B) &= p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) \\
 &= p(A)p_A(B) + p(\bar{A})p_{\bar{A}}(B) \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{5+16}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}
 \end{aligned}$$



4) **Réponse a)** : On a la loi de probabilité :

$x_i$	-5	2	4
$p(X = x_i)$	0,25	0,5	0,25

$$E(X) = -5 \times 0,25 + 2 \times 0,5 + 4 \times 0,25 = 0,75.$$

5) **Réponse c)** :  $E(X) = -5 \times 0,71 + 0 + 10 \times 0,01 + 20 \times 0,05 + 50 \times 0,2 = 7,55.$

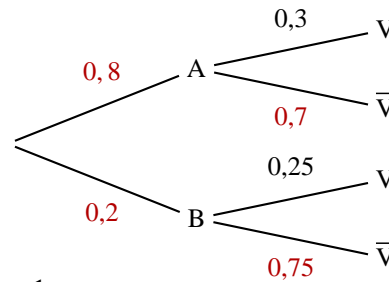
### EXERCICE 2

#### Monstre

(5 points)

1) D'après l'énoncé, on a :

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,8, \quad p_A(V) = 0,3 \quad \text{et} \\
 p_B(V) &= 0,25. \quad \text{D'où l'arbre suivant :}
 \end{aligned}$$



2)  $p_B(\bar{V}) = 1 - p_B(V) = 1 - 0,25 = 0,75.$

On a 75 % de chance de perdre contre le monstre B.

3)  $p(B \cap V) = p(B)p_B(V) = 0,2 \times 0,25 = 0,05 = \frac{1}{20}$

4)  $p(V)^{\text{prob. totale}} = p(A \cap V) + p(B \cap V) = p(A) \times p_A(V) + 0,05 = 0,8 \times 0,3 + 0,05 = 0,29.$

5)  $p_V(B) = \frac{p(B \cap V)}{p(V)} = \frac{0,05}{0,29} \approx 0,172$

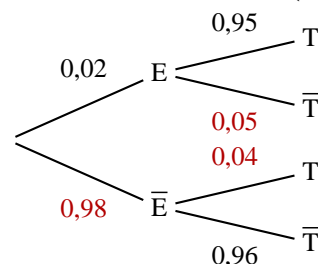
### EXERCICE 3

#### Alcootest

(5 points)

1) D'après l'énoncé :

$$p(E) = 0,02, \quad p_E(T) = 0,95 \quad \text{et} \quad p_{\bar{E}}(\bar{T}) = 0,96$$



$$2) p(E \cap T) = p(E)p_E(T) = 0,02 \times 0,95 = 0,019$$

$$3) p(T) \stackrel{\text{prob. totale}}{=} p(E \cap T) + p(\bar{E} \cap T) = 0,019 + p(\bar{E})p_{\bar{E}}(T) = 0,019 + 0,98 \times 0,04 = 0,0582.$$

$$4) p_T(E) = \frac{p(E \cap T)}{p(T)} = \frac{0,019}{0,0582} \approx 0,326.$$

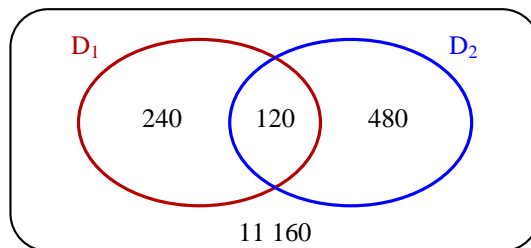
Parmi les personnes positives au test seulement 32,6 % d'entre-elles sont réellement en état d'ébriété. Il y a donc  $100 - 32,6 = 67,4$  % de faux positifs

## EXERCICE 4

### Conditionnement en sachets

(5 points)

On peut consigner les résultats dans un diagramme de Venn :



$$1) a) p(D_1 \cap \bar{D}_2) = \frac{360 - 120}{12\,000} = 0,02$$

$$b) p(\bar{D}_1 \cap D_2) = \frac{600 - 120}{12\,000} = 0,04$$

$$c) p(\overline{D_1 \cap D_2}) = \frac{12\,000 - 240 - 120 - 480}{12\,000} = \frac{11\,160}{12\,000} = 0,93$$

2) a) On obtient la loi de probabilité de  $X$  suivante :

$x_i$	2,45	4,05	6,45	8,05
$p(X = x_i)$	0,93	0,02	0,04	0,01

$$b) E(X) = 0,93 \times 2,45 + 0,02 \times 4,05 + 0,04 \times 6,45 + 0,01 \times 8,05 = 2,698 \approx 2,70$$

Pour une production de 12 000 sachets, le prix moyen d'un sachet est de 2,70 €.

Au lieu de faire un diagramme de Venn, on peut aussi faire un tableau double entrées :

	D <sub>1</sub>	$\bar{D}_1$	Total
D <sub>2</sub>	120	480	600
$\bar{D}_2$	240	11 160	11 400
Total	360	11 640	12 000