

Contrôle de mathématiques

Jeudi 28 novembre 2024

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_n = 2n^2 - n + 1$. On a alors :
 - $u_n = 2n^2 + 3n + 2$
 - $u_n = 2n^2 - n + 2$
 - $u_n = 2n^2 + 3n + 4$
 - $u_n = 2n^2 - n + 4$
- Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.
 - (u_n) est décroissante
 - (u_n) n'est pas monotone
 - (u_n) est croissante
 - (u_n) est géométrique
- Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur \mathbb{N} telle que $u_3 = 95$ et $u_{14} = 392$. La valeur u_0 est égale à :
 - $u_0 = 25$
 - $u_0 = 27$
 - $u_0 = 41$
 - $u_0 = 14$
- Que vaut la somme : $S = 4 + 8 + 16 + \dots + 131\,072$?
 - 262 140
 - 524 284
 - 262 144
 - 1 048 608
- Quelle valeur renvoie le script pour $u(4)$?
 - 9
 - 21
 - 45
 - 93

```
def u(n):
    u=3
    for i in range(1, n+1):
        u=2*u+3
    return u
```

EXERCICE 2

Suite arithmétique

(5 points)

Soit une suite (u_n) de raison $r = 6$ et de premier terme $u_0 = 8$.

On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

- Exprimer le terme u_n en fonction de n .
- On cherche à déterminer n pour que $S_n = 1\,702$
 - Montrer que l'on a alors : $3n^2 + 11n - 1\,694 = 0$.
 - Déterminer la valeur de n .
 - Écrire un programme en Python permettant de vérifier la valeur de n à partir la valeur de la somme S_n et des termes u_n .

EXERCICE 3

Rebonds d'une balle

(5 points)

Une balle est lâchée sur le sol d'une hauteur de 1,50 m. La propriété de la balle fait qu'après chaque rebond la balle rebondit à 80 % de sa hauteur.

- 1) Calculer la hauteur en m de la balle après 1 rebond puis après 2 rebonds.
On appelle h_n la hauteur en m de la balle après n rebonds. On a ainsi $h_0 = 1,5$.
- 2) Montrer que la suite (h_n) est géométrique dont on précisera la raison.
- 3) Déterminer l'expression de h_n en fonction de n .
- 4) On estime que la balle ne rebondit plus lorsque sa hauteur après n rebonds est inférieure à 0,001 m. On écrit alors un programme en Python permettant de déterminer n .
 - a) Compléter ce programme pour qu'il affiche le résultat voulu.
 - b) Combien de rebonds fera la balle avant de ne plus rebondir.

```
n=0
h=1,5
while ....:
    n=n+1
    h=...
print (...)
```

EXERCICE 4

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 60 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 80 \end{cases}$$

- 1) Calculer les termes u_1 et u_2 .
- 2) On pose $v_n = u_n - 200$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison q et le premier terme v_0 .
 - b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n .
 - c) Calculer le terme u_8 au centième près.
 - d) Quelle est la limite de (u_n) ? Pourquoi?