Devoir de mathématiques

A rendre pour le lundi 6 janvier 2025

EXERCICE 1

Ensemble de définition **(4 points)**

Déterminer en vous justifiant, les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2+x-2}$

2) $f(x) = |x-3| - \sqrt{4-3x}$

3) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2-x}{x+3}}$

4) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|4-5x|}}$

EXERCICE 2

Résolution graphique **(6 points)**

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice.
   On prendra comme fenêtre : $X \in [-1\,;\,3]$ et $Y \in [-5\,;\,5]$. On prendra comme graduation 0,5 sur les abscisses et 1 sur les ordonnées.
   Sur l'annexe tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$.

2) Avec la précision graphique de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
   a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b) Pourquoi l'équation $f(x) = 0$ admet-elle une seule solution α sur $\mathbb{R}$.
      Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
   c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 1,5$. On visualisera la méthode utilisée sur l'annexe.
   d) Résoudre l'équation $f(x) = x^2 + x - 3$. On visualisera la méthode utilisée sur l'annexe.

EXERCICE 3

Valeur absolue **(4 points)**

1) Résoudre algébriquement les équations et inéquations suivantes

   a) $2|x-4| - 1 = 9$

   b) $|3-2x| = |x+4|$

   c) $|3x+1| \leqslant 5$

   d) $|1-5x| > 4$

2) Écrire l'intervalle I et l'union d'intervalles J à l'aide de valeurs absolues :

   $\mathrm{I} =]-21; 33[$

   $\mathrm{J} =]-\infty\,; 6] \cup [14\,; +\infty[$

EXERCICE 4

Variation des fonctions carrées et homographiques **(3 points)**

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition.

1) $f(x) = x^2 + 4x + 7$

2) $g(x) = 4 + \dfrac{3}{1-x}$

EXERCICE 5

Parité **(3 points)**

Déterminer la parité des fonctions suivantes en précisant l'ensemble sur lequel le calcul est valable.

1) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-3}$

2) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

3) $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos x + 2}$

Nom :

Prénom :

Annexe