

Contrôle de mathématiques

Lundi 5 mai 2025

EXERCICE 1

Alignement

(5 points)

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points : $A\left(-\frac{7}{2}; 2\right)$, $B(-2; 5)$, $C\left(5; \frac{13}{2}\right)$ et $D\left(3; \frac{5}{2}\right)$.

- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
- 2) En déduire que le quadrilatère ABCD est un trapèze. On se justifiera.
- 3) Soit le point I tel que : $\overrightarrow{IA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ID}$.

Montrer que les coordonnées de I sont $\left(-23; \frac{1}{2}\right)$.

- 4) Déterminer les coordonnées des points J et K milieux respectifs de [AB] et [CD].
- 5) Les points I, J et K sont-ils alignés ?

EXERCICE 2

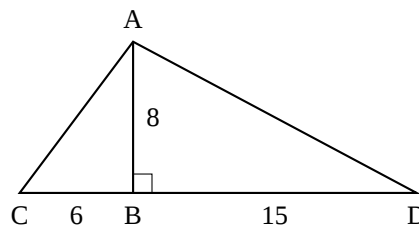
Produits scalaires

(2 points)

On donne la figure suivante :

À l'aide des informations portées sur la figure, déterminer les produits scalaires suivants :

- 1) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$
- 2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DA}$
- 3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$
- 4) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{DB}$



EXERCICE 3

Projeté orthogonal

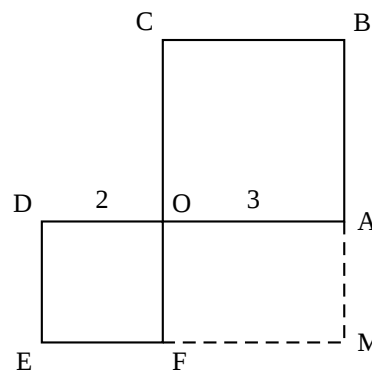
(4 points)

OABC et ODEF sont des carrés dont les côtés respectifs mesurent 3 et 2. OAMF est un rectangle.

On note H le projeté orthogonal du point M sur la droite (DC).

On donne le repère orthonormé $\left(O, \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}, \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}\right)$

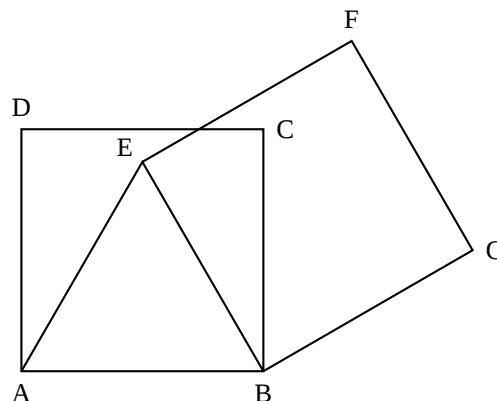
- 1) Donner les coordonnées des points C, D et M.
- 2) La droite (OM) est-elle perpendiculaire à la droite (DC) ?
- 3) Calculer $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM}$.
- 4) En déduire la longueur CH.



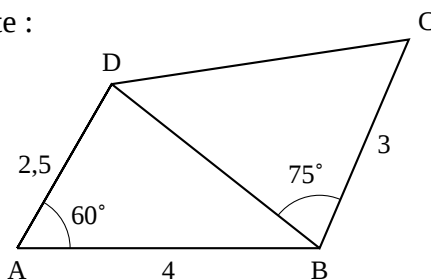
EXERCICE 4
Orthogonalité
(6 points)

Soit un triangle équilatéral AEB de côté 1 et deux carrés ABCD et BGFE comme indiqués sur la figure. On veut montrer que les droites (DE) et (BF) sont orthogonales.

- 1) Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE}$ puis en déduire $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BE}$
- 2) Calculer $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$
- 3) Quelle est la mesure en radian de l'angle $\widehat{GBC}$?
Quelle est alors la nature du triangle BGC.
- 4) En déduire $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$ puis de $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EF}$.
- 5) Calculer $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF}$
- 6) En utilisant tout ce qui précède, calculer $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BF}$. Conclure.


EXERCICE 5
Triangle
(4 points)

- 1) Soit le triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $BC = 8$
 - a) Quelle relation permet de calculer l'angle $\widehat{BAC}$ en fonction des trois longueurs du triangle. Donner cette relation.
 - b) Déterminer la valeur exacte de $\widehat{BAC}$ puis en donner une valeur approchée au dixième de degré près.
- 2) On donne la figure suivante :



À l'aide des indications portées sur la figure, déterminer les longueurs BD puis DC.
On donnera une valeur approchée à 10^{-2} pour DC