BACCALAURÉAT BLANC

DE MATHÉMATIQUES

PREMIÈRE

Durée de l'épreuve : 2 HEURES Les calculatrices sont AUTORISÉES

Coefficient: 8

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

▶ le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'inéquation $e^{-2x} > 0$ d'inconnue x a pour ensemble de solutions :

- a) \mathbb{R}
- b) $]0; +\infty[$
- c) $]-\infty$; 0[
- d) Ø

2) Pour tout réel x, $(e^x - 1)^2$ est égal à :

- a) $e^{2x} 1$
- b) $e^{2x} + 1$
- c) $e^{2x} 2e^x + 1$ d) $e^{x^2} 1$

3) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{5x-1}$.

Pour tout réel x, f'(x) est égal à :

- a) e^{5x-1}
- b) $5e^{5x}$
- c) $5e^{5x-1}$
 - d) $5xe^{5x-1}$

4) Dans un repère orthonormé, la droite passant par A(4; 7) et de vecteur normal $\vec{n}(-1; 3)$ a pour équation:

a) 3x + y - 19 = 0

c) -x + 3y + 17 = 0

b) 3x + y + 19 = 0

d) -x + 3y - 17 = 0

5) Soit ABC un triangle tel que AB = 5, AC = 6 et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égal à :

- a) $15\sqrt{2}$
- b) $15\sqrt{3}$
- c) $\frac{15}{2}$
- d) 15

Exercice 2 (5 points)

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que 40 % des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30 % des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24 % des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard, et l'on note :

- C l'évènement « Le client souhaite une "couleur-soin." »
- E l'événement « Le client souhaite un "effet coup de soleil." ».
- 1) Donner les valeurs de p(C), $p(C \cap E)$ et $p_{\overline{C}}(E)$.
- 2) Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
- 3) Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.
- 4) Les événements C et E sont-ils indépendants?

Exercice 3 (5 points)

Partie A

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 0, 2$.

- 1) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
- 2) Calculer u_{10} puis u_{18} .
- 3) Calculer: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_{18}$.
- 4) Recopier et compléter les trois parties en pointillé de l'algorithme suivant permettant de déterminer le plus petit entier n tel que la somme des n + 1 premiers termes de la suite (u_n) dépasse $100\,000$.

Que renvoie cet algorithme?

```
u = 0.2
S = 0.2
n = 0
while ......:
    u = ...
    S = ...
    n = n + 1
print(n)
```

Partie B

Claude a donné 20 centimes d'euros (soit $0,20 \in$) à son petit-enfant Camille pour sa naissance. Ensuite, Claude a doublé le montant offert d'une année sur l'autre pour chaque anniversaire jusqu'aux 18 ans de Camille.

La somme totale versée par Claude à Camille permet-elle de payer un appartement à Angers d'une valeur de 100 000 €? Justifier

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0; 10] par : $f(x) = 60x e^{-0.5x}$.

- 1) Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = 30(2 x)e^{-0.5x}$.
- 2) Déterminer le signe de f'(x) sur l'intervalle [0; 10].
- 3) Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0; 10]. On indiquera dans ce tableau les valeurs exactes des extremums.
- 4) Quelle est l'ordonnée du point en lequel la tangente à la courbe de la fonction f est parallèle à l'axe des abscisses? On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
- 5) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.