

Les nombres

Les entiers naturels N

On évitera de prendre sa calculatrice pour les exercices suivants.

EXERCICE 1

Décomposer les entiers naturels suivants en produits de nombres premiers :

$$180 \ ; \ 966 \ ; \ 585 \ ; \ 5863$$

Les nombres premiers inférieurs 100 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

EXERCICE 2

Simplifier les fractions suivantes de la façon de votre choix : (Penser aux critères de divisibilité)

$$\frac{255}{35} \ ; \ \frac{26}{65} \ ; \ \frac{450}{756} \ ; \ \frac{2415}{966} \ ; \ \frac{5863}{144}$$

Les entiers relatifs

On évitera de prendre sa calculatrice pour les exercices suivants.

EXERCICE 3

Calculer les nombres suivants dans l'ensemble \mathbb{Z}

$$A = -33 - (-19 + 3 - 5) \ ; \ B = (-33 + 9 - 4 + 7) - (-8 + 20)$$

Les nombres rationnels

EXERCICE 4

Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{15}{4} + \frac{13}{12} \ ; \ B = \frac{3}{8} - \frac{11}{3} + \frac{5}{12} \ ; \ C = \frac{3}{10} + \frac{5}{8} + \frac{4}{5}$$

EXERCICE 5

Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \ ; \ B = \frac{25}{16} \times \frac{12}{15} \ ; \ C = \frac{15}{39} \times \frac{26}{25} \times \frac{28}{42}$$

$$D = \frac{\frac{14}{5}}{\frac{21}{65}} \ ; \ E = \frac{\frac{7}{4}}{35}$$

EXERCICE 6

Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20} ; \quad B = \frac{4 + \frac{2}{3}}{35}$$

EXERCICE 7

Sans utiliser votre calculatrice, dites si les fractions suivantes sont égales ou non. On se justifiera.

$$\frac{208\,341}{66\,317} \quad \text{et} \quad \frac{312\,689}{99\,532}$$

Notation scientifique**EXERCICE 8**

Donner la notation scientifique des nombres suivants sans utiliser la calculatrice :

$$0,005\,94 ; \quad 124\,000\,000 ; \quad 1\,450 ; \quad 3\,140\,000\,000\,000 ; \quad 0,000\,001\,5$$

$$362 \times 10^5 ; \quad 0,36 \times 10^{-4}$$

EXERCICE 9

Traduire en notation décimale les nombres suivants :

$$1,457 \times 10^6 ; \quad 2,395 \times 10^{-4} ; \quad 5,3 \times 10^{11} ; \quad 0,068\,35 \times 10^4 ; \quad 35,8 \times 10^{-3}$$

Puissances**EXERCICE 10**

Simplifier les écritures suivantes sans utiliser votre calculatrice :

$$A = \frac{5^6 \times 5^3}{5^7} ; \quad B = \frac{14^2 \times 3^3}{21^2 \times 4^3} ; \quad C = \frac{6^2 \times 5^7 \times 27^3}{21^3 \times 9^2 \times 5^{10}}$$

$$D = \frac{12^{100} \times 1,5^{50}}{6^{149}} ; \quad E = \frac{(2^{23})^{15}}{2^{7^3}}$$

EXERCICE 11

On emprunte 120 000 €, on rembourse en 10 annuités. Le taux de l'emprunt est de 4,5 %. Calculer en utilisant votre calculatrice le montant d'une annuité ainsi que le coût de l'emprunt sachant que :

$$a = V_0 \times \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

avec a : montant de l'annuité, V_0 : capital emprunté, t : taux de l'emprunt et n : le nombre d'annuités.

Racines carrées**EXERCICE 12**

Simplifier les racines carrées suivantes :

$$\sqrt{49} ; \sqrt{50} ; \sqrt{72} ; \sqrt{27} ; \sqrt{48} ; \sqrt{80} ; \sqrt{150} ; \sqrt{200} ; \sqrt{162}$$

EXERCICE 13

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{12} ; \quad B = \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} ; \quad C = 3\sqrt{50} - \sqrt{8} - 2\sqrt{18}$$

$$D = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} ; \quad E = \sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}} ; \quad F = \sqrt{\frac{18}{25}} \times \sqrt{\frac{125}{72}}$$

$$G = \sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{\frac{225}{24}}$$

EXERCICE 14

Développer les expressions suivantes :

$$A = (5 - \sqrt{2})^2 ; \quad B = (2\sqrt{7} + 4)^2$$

EXERCICE 15

Rendre rationnel le dénominateur :

$$A = \frac{4}{\sqrt{5} - 3} ; \quad B = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}} ; \quad C = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} ; \quad D = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$E = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14} + \sqrt{7}} ; \quad F = \frac{-2}{1 + \sqrt{11}} ; \quad G = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{\sqrt{6} - 5} ; \quad H = \frac{-4}{\sqrt{3} + \sqrt{27}}$$

EXERCICE 16

Lorsqu'un satellite tourne autour de la Terre, sa vitesse sur son orbite circulaire est donnée par la formule :

$$V = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$$

avec : $R = 6\,378$ km le rayon de la Terre, $g = 9,81$ m/s² l'accélération de la pesanteur, h l'altitude du satellite et V la vitesse du satellite

Calculer la vitesse du satellite en m/s puis en km/h pour les hauteurs du satellite suivantes :

$$h_1 = 250\text{ km} \quad \text{et} \quad h_2 = 36\,000 \text{ km}$$

Développement d'un rationnel

EXERCICE 17

- 1) Parmi les nombres rationnels suivants, quels sont ceux qui sont décimaux ? Justifier la réponse.

$$\frac{1}{7} \quad , \quad \frac{27}{25} \quad , \quad \frac{91}{7} \quad , \quad \frac{42}{17}$$

- 2) Poser la division de 1 par 7. En déduire l'écriture décimale périodique de $\frac{1}{7}$

	A	B
1	42	17
2	8	2
3	12	4
4	1	7
5	10	0
6	15	5
7	14	8
8	4	8
9	6	2
10	9	3
11	5	5
12	16	2
13	7	9
14	2	4
15	3	1
16	13	1
17	11	7
18	8	6
19	12	4
20	1	7
21	10	0
22	15	5
23	14	8

- 3) Le but de cette question est de produire l'écriture décimale périodique de $\frac{42}{17}$. En utilisant un tableau pour effectuer la division de 42 par 17, on obtient le tableau ci-contre. À partir de la cellule A2, la colonne A donne les restes successifs de la division de 42 par 17. À partir de la cellule B2, la colonne B donne les quotients successifs.

- a) Donner sans justification la 20^e décimale de l'écriture décimale de $\frac{42}{17}$?
- b) À partir du tableau ci-contre, donner l'écriture décimale périodique de $\frac{42}{17}$.
- c) Expliquer pourquoi on est sûr de retrouver dans la cellule A18 un reste déjà obtenu.
- 4) On se propose maintenant de retrouver l'écriture fractionnaire du rationnel $a = 1,\overline{23}$ (c'est-à-dire le nombre dont l'écriture décimale périodique est $1,2323232323\dots$). Pour cela, calculer $100a - a$ et en déduire l'écriture de a sous forme fractionnaire.