Correction exercices : Notions de fonction. Résolution graphique. Fonction affine

Chapitre 4

Exercice 1

Les courbes 1 et 3 sont des représentations de fonctions car un x donné a une image unique. Les courbe 2 et 4 ne sont pas des représentations de fonctions car pour $x = 1$ la courbe 2 a une infinité d'images et la courbe 4 deux images.

Exercice 2

1)

x	-2	0	1	$\sqrt{2}$
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

2)

x	4	6	-5	0
$g(x)$	15	37	15	-5

Exercice 3

1) $f(-2) = 5$
2) $f(0) = -1$
3) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 3$

Exercice 4

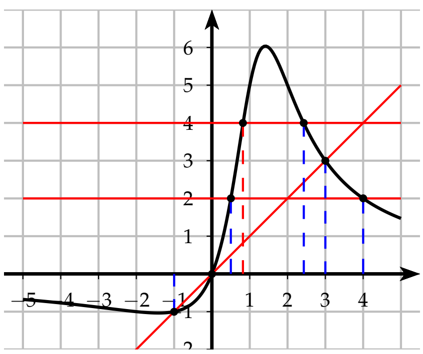
1) $D_f = \mathbb{R}$
2) $D_f = \mathbb{R}^*$
3) $D_f = \mathbb{R}$
4) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$
5) $D_f = [0; +\infty[$
6) $D_f = \mathbb{R}$

Exercice 5

voir cours

Exercice 6

1) On obtient la courbe suivante :



2) $f(-2) = -1, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 5$

3) On obtient le tableau de variation suivant :

x	-5	-1	1,4	5
$f(x)$	$-0{,}7$ ↘	-1 ↗	6 ↘	1,5

4) $M = 6$ pour $x = 1,4$
$m = -1$ pour $x = -1$

5) a) $f(x) = 4$: On cherche les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec la droite d'équation $y = 4$. On trouve alors 2 solutions : $x = 0,8$ et $x = 2,4$

b) $f(x) \geqslant 2$: On cherche les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui se trouve au dessus ou sur la droite d'équation $y = 2$. On trouve alors : $S = [0,5\,;\,4]$

c) $f(x) = x$: On cherche les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de la droite $y = x$. On trouve alors 3 solutions : $x = -1, x = 0$ et $x = 3$.

Exercice 7

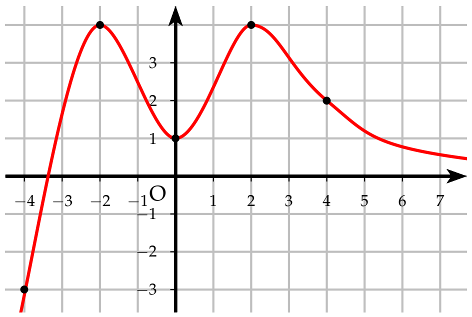
- 1 a pour image 0 par f.
  Non vérifié par la courbe 2
- Si $x \in [3;5]$, alors $f(x) \geqslant 5$.
  Non vérifié par la courbe 1
- L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions.
  Non vérifié par la courbe 4

f est donc représentée par la courbe 3.

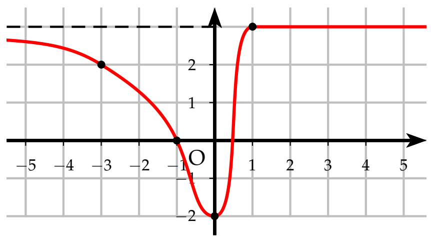
Exercice 8

1) -1
2) -2
3) $S = \{-3; 3; 5\}$
4) $S = \{-2; 2; 6\}$
5) $S = [-4; 6]$
6) $S = [-6; -2] \cup [2; 6]$

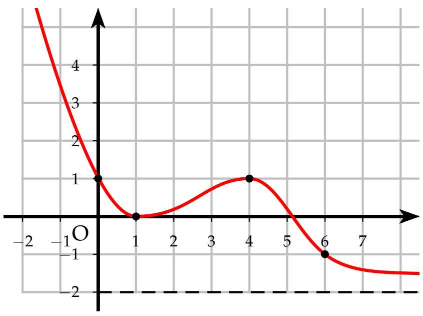
Exercice 9



Exercice 10



Exercice 11



Exercice 12

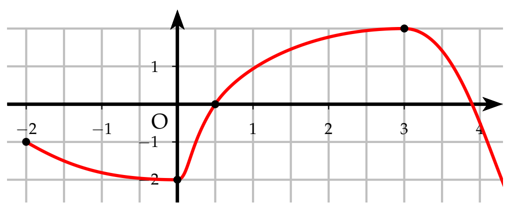
1) a) $D_f = [-2;+\infty[$

   b) $f(0) = -2\,;\, f(-2) = -1\,;\, f(0,5) = 0$

2) a) f n'est pas croissante sur $[-2;2]$ car f est décroissante sur $[-2,0]$.
   f est croissante sur $[0\,;1]$

   b) f est décroissante sur $[3\,;10]$ mais non décroissante sur $[-2;1]$ car f est croissante sur $[0\,;1]$

3) Soit par exemple



Exercice 13

1) Vrai car la f varie de -5 à 2.
2) Faux car $f(-1) = 2$
3) Vrai car le maximum de f est 2.
4) Faux car le maximum de f est 2.

Exercice 14

V : vrai F : faux I : indécidable

1) F	6) I	11) F
2) F	7) V	12) V
3) V	8) V	13) I
4) F	9) F	14) I
5) V	10) V	

Exercice 15

D'après le tableau de variation $f(4) > 1$ en contradiction avec $f(4) = 0$

Exercice 16

D'après le tableau de variation $f(4) > f(5)$ en contradiction avec $f(4) = -2$ et $f(5) = 1$.

Exercice 17

1) On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		8		22		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2) Non car $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leqslant \sqrt{2}$

Exercice 18

35	60	75	100	675
x	y	z	t	19 125

$$x = \frac{19\,125 \times 35}{675} = 991,67$$
$$y = \frac{19\,125 \times 60}{675} = 1\,700$$
$$z = \frac{19\,125 \times 75}{675} = 2\,125$$
$$t = \frac{19\,125 \times 100}{675} = 2\,833,33$$

Exercice 19

1) x : prix de la maison y : prix du terrain
   z : somme d'argent
   On a alors : $y = 0,8x$ et $x + y = 1,5z$
   donc $z = \dfrac{1,8}{1,5}x = 1,2x$
   $x + 0,8x + 1,2x = 2\,100\,000 \Rightarrow x = 700\,000$
   $y = 560\,000$ et $z = 840\,000$

2) Il y a 70 parts donc

part $= \dfrac{2\,100\,000}{70} = 30\,000$

A $\rightarrow 28 \times 30\,000 = 840\,000$

B $\rightarrow 24 \times 30\,000 = 720\,000$

C $\rightarrow 18 \times 30\,000 = 540\,000$

3) 2 partages possibles :

A : maison + 140 000 €

B : terrain + 160 000 €

C : 540 000 €

ou

A : terrain + 280 000 €

B : maison + 20 000 €

C : 540 000 €

Exercice 20

t tour de la roue arrière.

- avec un 42, 18, on a : $\dfrac{42}{18} = \dfrac{7}{3}\,t$
- avec un 52, 12, on a : $\dfrac{52}{12} = \dfrac{13}{3}\,t$

avec un 52, 12 on parcourt 13 m par tour de pédales.

Exercice 21

1) $f(x) = 4$

2) $f(x) = 3x$

3) $f(x) = -3x + 15$

4) $f(x) = \dfrac{12}{5}x - \dfrac{3}{5}$

5) $f(x) = \dfrac{3}{2}x - 3$

Exercice 22

1) $f(x) = -2x + 4$

2) $f(x) = -\dfrac{1}{2}x$

3) $f(x) = 2x - 13$

4) $f(x) = 3$

Exercice 23

$\nearrow$: croissante $\searrow$ décroissante.

1) $\searrow$

2) $\searrow$

3) $\nearrow$

4) $\nearrow$

5) $\nearrow$

6) $\searrow$

Exercice 24

$f_1(x) = -x$

$f_2(x) = -\dfrac{1}{2}x + 3$

$f_3(x) = x - 2$

$f_4(x) = 2x$

Exercice 25

$f_1(x) = \dfrac{2}{3}x$

$f_2(x) = \dfrac{3}{2}x - 1$

$f_3(x) = -x + 2$

$f_4(x) = 2$

Exercice 26

$f(x) = -20x + 160$

$g(x) = 10x + 40$

$h(x) = 30x$

Exercice 27

1) f peut être affine : même taux d'accroissement

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{1}{3}$$

2) f peut être affine : même taux d'accroissement

$$\frac{f(-2) - f(1,2)}{-2 - 1,2} = \frac{f(3) - f(-2)}{3 + 2} = 2$$

3) f non affine : taux d'accroissement différents

$$\frac{f(13) - f(8)}{13 - 8} = \frac{8}{5}\ ;\ \frac{f(21) - f(13)}{21 - 13} = \frac{13}{8}$$

4) f peut être affine : même taux d'accroissement

$$\frac{f(-1) - f(2)}{-1 - 2} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = -1$$

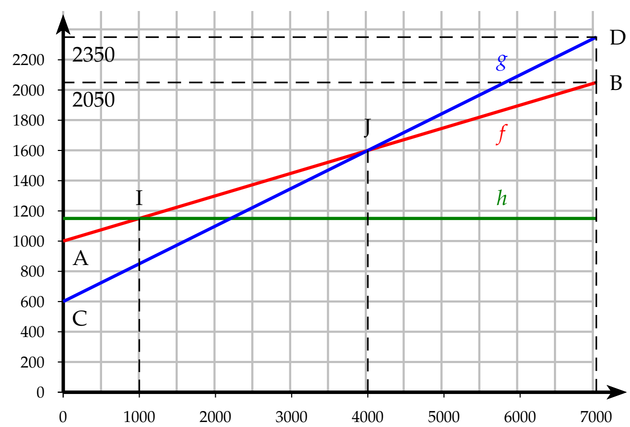
Exercice 28

1) a) $f(x) = 0,15x + 1000$

b) $g(x) = 0,25x + 600$

c) $h(x) = 1150$

2) On obtient la représentation



3) Si les ventes sont :

- inférieures à 1000 € la société C est plus avantageuse
- comprise entre 1000 € et 4000 € c'est la société A
- au delà de 4000 € c'est la société B

4) Pour retrouver les résultats, il faut résoudre :
$f(x) = h(x)$ et $g(x) = h(x)$ où l'on retrouve les valeurs 1000 et 4000.

5) Si le représentant pense réaliser 3500 € de vente, il doit choisir la société A mais s'il pense les obtenir facilement, comme il est presque à 4000 €, il pourrait être tenté de choisir la société B.

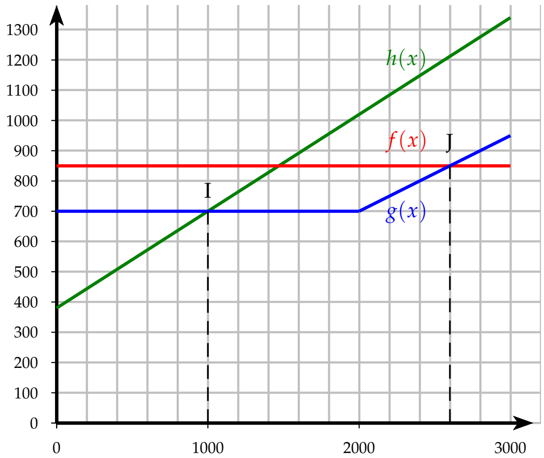
Exercice 29

1) $f(x) = 850$

$$\begin{cases} g(x) = 700 \text{ pour } x \leqslant 2000 \text{ sinon} \\ g(x) = 700 + 0,25(x - 2000) = 200 + 0,25x \end{cases}$$

$h(x) = 0,32x + 380$

2) On obtient la représentation



3) Si le client fait moins de 1000 km, il devra choisir la formule 3, entre 1000 km et 2600 km la formule 2 et au delà de 2600 km la formule 1
Par le calcul, il faut résoudre :
$h(x) = g(x)$ et $g(x) = f(x)$ pour retrouver les valeurs 1000 et 2000.

4) Si le client pense faire 2500 km, il devra choisir la formule 2 mais s'il pense qu'il pourra dépasser 2500 km, la formule 1 peut être intéressante.

5) Pour deux semaines, le client doit prendre deux forfaits. Pour 4500 km :
- formule 1 : $850 \times 2 = 1700$
- formule 2 : $700 \times 2 + 0,25 \times 500 = 1525$
- formule 3 : $380 \times 2 + 0,32 \times 4500 = 2200$

Le client aurait du choisir la formule 2.

Exercice 30

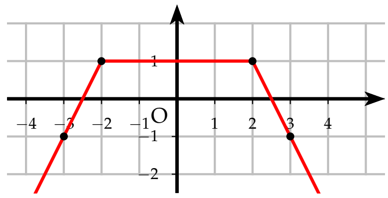
Voir le cours

Exercice 31

a) $$\begin{cases} f(x) = -2x - 2 & x \leqslant -1 \\ f(x) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2} & x > 1 \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} f(x) = 2 & x \leqslant -1 \\ f(x) = -x + 1 & -1 < x \leqslant 2 \\ f(x) = -1 & x > 2 \end{cases}$$

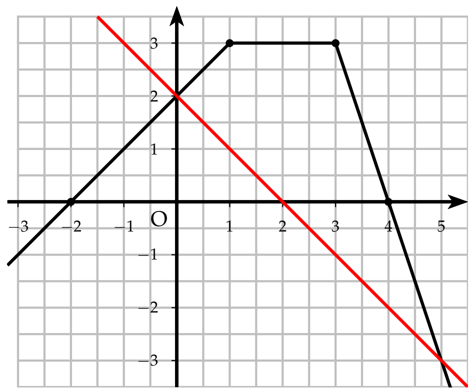
Exercice 32



Exercice 33

1) $$\begin{cases} f(x) = x + 2 & x \leqslant 1 \\ f(x) = 3 & 1 < x \leqslant 3 \\ f(x) = -3x + 12 & x > 3 \end{cases}$$

2) a) On obtient :



b) Graphiquement on trouve : $S = \{0; 5\}$
Par le calcul il suffit de résoudre :
$x + 2 = 2 - x$ et $-3x + 12 = 2 - x$

3) $S = [0; 5]$

Exercice 34

⚠ Le volume est en litre, $1\ell = 1 \text{ dm}^3$.

$$\begin{cases} \mathcal{V}(x) = 3,6x & 0 < x \leqslant 60 \\ \mathcal{V}(x) = 6,4x - 168 & 60 < x \leqslant 140 \end{cases}$$