

# Trigonométrie dans le cercle

## Le radian

### EXERCICE 1

Convertir en radians les mesures données en degrés :

$$10^\circ ; 59^\circ ; 180^\circ ; 18^\circ ; 72^\circ ; 112,5^\circ$$

### EXERCICE 2

Convertir en degré les mesures données en radians :

$$\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} ; \pi ; \frac{5\pi}{4} ; \frac{3\pi}{8} ; \frac{5\pi}{12} ; \frac{3\pi}{2}$$

## Cercle trigonométrique

### EXERCICE 3

Tracer un cercle trigonométrique puis placer les points images des angles en radians suivants :

a) $\pi$	b) $\frac{\pi}{4}$	c) $\frac{3\pi}{2}$	d) $\frac{\pi}{6}$
e) $-\frac{\pi}{3}$	f) $-\frac{3\pi}{4}$	g) $\frac{5\pi}{6}$	h) $-\frac{3\pi}{2}$

## Mesure principale

### EXERCICE 4

Trouver la mesure principale des angles suivants puis les représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\text{a) } \frac{7\pi}{3} \quad \text{b) } -5\pi \quad \text{c) } \frac{3\pi}{2} \quad \text{d) } \frac{13\pi}{4} \quad \text{e) } -\frac{7\pi}{6} \quad \text{f) } \frac{14\pi}{3} \quad \text{g) } 210^\circ \quad \text{h) } -330^\circ$$

## Formules élémentaires

### EXERCICE 5

À l'aide de la formule  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  et de  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,

- déterminer  $\cos x$  sachant que  $\sin x = \frac{2}{3}$  et  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$
- déterminer  $\sin x$  sachant que  $\cos x = -\frac{1}{5}$  et  $x \in [-\pi; 0]$
- déterminer  $\cos x$  et  $\tan x$  sachant que  $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$  et  $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$

**EXERCICE 6**

Démontrer que pour tout réel  $x$  on a :

- a)  $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$   
 b)  $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \cos x \sin x$

**Relations entre deux angles****EXERCICE 7**

On donne  $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$

- a) Calculer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{5}$   
 b) En déduire les valeurs exactes du sinus et du cosinus des réels  $\frac{4\pi}{5}$  et  $\frac{9\pi}{5}$

**EXERCICE 8**

Exprimer à l'aide de  $\sin x$  et  $\cos x$ , les expressions suivantes :

- a)  $\sin(-x) + \cos(-x)$   
 b)  $\sin(-x) - \sin(\pi + x)$   
 c)  $\cos(\pi - x) + \cos(3\pi + x)$   
 d)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - 4 \sin(\pi - x)$

**EXERCICE 9**

On sait que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

- a) Calculer  $\sin \frac{\pi}{12}$   
 b) À l'aide d'un cercle trigonométrique, en déduire  $\cos \frac{11\pi}{12}$  et  $\sin \frac{11\pi}{12}$

**Lignes trigonométrique****EXERCICE 10**

Sans utiliser une calculatrice, donner la valeur exacte des nombres suivants (on pourra utiliser éventuellement un cercle trigonométrique)

- a)  $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$       b)  $\cos \frac{5\pi}{6}$       c)  $\tan \frac{3\pi}{4}$       d)  $\sin \frac{2\pi}{3}$   
 e)  $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$       f)  $\cos \frac{19\pi}{3}$       g)  $\sin \frac{7\pi}{4}$       h)  $\tan \frac{25\pi}{6}$

**Équations et inéquations trigonométriques****EXERCICE 11**

À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans  $] -\pi ; \pi ]$  les équations suivantes :

a)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\sin x = 0$

c)  $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$

**EXERCICE 12**

À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans  $] -\pi ; \pi ]$  les inéquations suivantes :

a)  $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sin x < -\frac{1}{2}$

c)  $2 \cos x - \sqrt{2} \leq 0$

**Vrai-faux****EXERCICE 13**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, donner un contre-exemple et si elle est vraie justifier-la sur le cercle trigonométrique :

a) Si  $x \in [0 ; \pi]$ , alors  $\sin x \geq 0$

b) Si  $x \in \left[ \frac{3\pi}{2} ; \frac{5\pi}{2} \right]$ , alors  $\cos x \geq 0$

c) Si  $a \geq b$ , alors  $\sin a \geq \sin b$

d) Si  $a \geq b$ , alors  $\cos a \geq \cos b$