

Correction du contrôle

du jeudi 19 janvier 2012

Exercice 1

Résolution graphique (6 points)

On donne, en annexe 1, la représentation d'une fonction f définie sur $[-5; 5]$

Les réponses seront données à 0,1 près.

- 1) $f(-2) = -1$, $f(0) = 0$, $f(1) = 5$
- 2) a) 5 a deux antécédents : $x = 1$ et $x = 2$
 b) 1 n'a qu'un antécédent car la droite d'équation $y = 1$ ne coupe qu'une fois \mathcal{C}_f .
 c) 7 n'a pas d'antécédent car la droite d'équation $y = 7$ ne coupe pas \mathcal{C}_f .
- 3) le maximum de f est $y \simeq 6$. il est atteint en $x \simeq 1,4$
- 4) a) $f(x) = 4$: On cherche les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec la droite d'équation $y = 4$. On trouve alors 2 solutions : $x \simeq 0,8$ et $x \simeq 2,4$
 b) $f(x) \geq 2$: On cherche les abscisses des points de \mathcal{C}_f qui se trouve au dessus ou sur la droite d'équation $y = 2$. On trouve alors : $S = [0, 5; 4]$
 c) $f(x) = x$: On cherche les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f et de la droite $y = x$. On trouve alors 3 solutions : $x = -1$, $x = 0$ et $x = 3$.
- 5) **Bonus + 1 point** : On teste les fonctions avec l'image de 1

$$f_a(1) = \frac{1}{2}, \quad f_b(1) = 4, \quad f_c(1) = 5, \quad f_d(1) \text{ non défini}$$

La fonction élue est la fonction c)

Exercice 2

Tableau de variation (4 points)

- 1) On obtient le tableau de signe suivant :

x	-7	2	7	10	
$f(x)$	+	0	-	0	+

- 2) $f\left(\frac{5}{2}\right)$ et $f\left(\frac{7}{2}\right)$ appartiennent à l'intervalle $[-3; 5]$ où la fonction f est décroissante.

$$\text{On a alors : } f\left(\frac{5}{2}\right) > f\left(\frac{7}{2}\right)$$

- 3) D'après le tableau de variation, on sait que : $f(-4) \in [2; 5]$ et $f(8) \in [0; 1]$.

$$\text{On a donc } f(-4) > f(8).$$

- 4) $f(x) \geq 2 \Leftrightarrow x \in [-7, 0]$

Exercice 3**Proportionnalité (1 point)**

en 5 heures :

⇔ 3 limaces mangent 7 salades

⇔ $\frac{3}{7}$ de limace mange 1 salade

⇔ donc $\frac{3 \times 18}{7}$ limaces mangent 18 salades

Le nombre cherché est l'entier immédiatement supérieur à $\frac{3 \times 18}{7} \approx 7,7$. Il faut donc au moins 8 limaces pour manger 18 salades en moins de 5 heures.

Exercice 4**Fonction affine (3 points)**

Les trois fonctions f , g et h sont des fonctions affines, donc elles sont de type : $ax + b$.

1) $f(-3) = -13$ et $f(6) = 14$

$$a = \frac{f(6) - f(-3)}{6 - (-3)} = \frac{14 + 13}{9} = 3 \quad \text{et} \quad b = f(6) - 6a = 14 - 6 \times 3 = -4$$

On a donc $f(x) = 3x - 4$.

2) $g(1) = 3$ et $g(7) = 6$

$$a = \frac{g(7) - g(1)}{7 - 1} = \frac{6 - 3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad b = g(1) - a = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

On a donc : $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

3) $h(-3) = 4$ et $h(6) = -2$

$$a = \frac{h(6) - h(-3)}{6 - (-3)} = \frac{-2 - 4}{6 + 3} = -\frac{2}{3} \quad \text{et} \quad b = h(6) - 6a = -2 + \frac{6 \times 2}{3} = 2$$

On a donc : $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

Exercice 5**Fonctions affines et droites (2 points)**

On trouve les fonctions affines suivantes :

$$f_1(x) = -\frac{3}{2}x + 2, \quad f_2(x) = \frac{3}{4}x - 1, \quad f_3(x) = 2x, \quad f_4(x) = 1$$

Exercice 6**Bénéfice (4 points)**

- 1) Voir le graphique. On peut prendre les points : A(0 ;120) et B(10 ;670) pour la fonction C et le point C(10 ;600) pour la fonction R

- 2) a) Pour 4 000 articles : $x = 4$. Pour cette abscisse la droite des coûts est au dessus de la droite recettes. Fabriquer et vendre 4 000 articles n'est donc pas rentable.
Pour 12 000 articles : $x = 12$. Pour cette abscisse la droite des coûts est en dessous de la droite recettes. Fabriquer et vendre 12 000 articles est donc rentable.
- b) La plage de production qui permet de réaliser un bénéfice correspond aux abscisses pour lesquelles la droite des coûts est en dessous de la droite recettes. Ceci est réalisé entre 8 000 et 15 000 articles
- 3) a) On a : $B(x) = R(x) - C(x) = 60x - 45x - 120 = 15x - 120$
- b) $B(x) = 0 \Leftrightarrow 15x = 120 \Leftrightarrow x = 8$
On obtient alors le tableau de signe suivant :

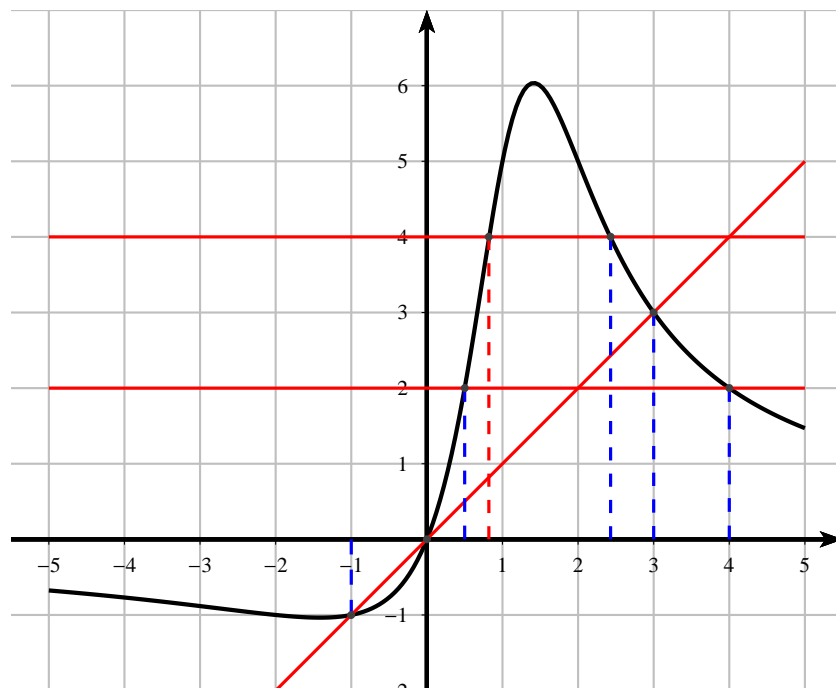
x	0	8	15
$B(x)$		-	0

La plage de rentabilité se trouve donc entre 8 000 et 15 000 articles

Nom :

Prénom :

Annexe 1 (Exercice 1)
(à rendre avec la copie)



Annexe 3 (Exercice 6)

