Correction contrôle de mathématiques
Du lundi 03 décembre 2012

Exercice 1

Inéquation du 1er degré **(6 points)**

1) On a :

$$\begin{aligned} 2x+5 &< 5x+7 \\ 2x-5x &< -5+7 \\ -3x &< 2 \\ x &> -\frac{2}{3} \end{aligned} \qquad S = \left] -\frac{2}{3}; +\infty \right[$$

2) On a :

$$\begin{aligned} 4(3x+2)-2(3x-1) &\leqslant 5 \\ 12x+8-6x+2 &\leqslant 5 \\ 12x-6x &\leqslant 5-8-2 \\ 6x &\leqslant -5 \\ x &\leqslant -\frac{5}{6} \end{aligned} \qquad S = \left] -\infty; -\frac{5}{6} \right]$$

3) On a :

$$\begin{aligned} 2(x+5)+3(2x+6) &> 4(x+8) \\ 2x+10+6x+18 &> 4x+32 \\ 2x+6x-4x &> -10-18+32 \\ 4x &> 4 \\ x &> 1 \end{aligned} \qquad S =]1; +\infty[$$

4) On a :

$$\begin{aligned} \frac{2x+5}{2} &< \frac{4x-1}{3} \\ (\times 6) \qquad 3(2x+5) &< 2(4x-1) \\ 6x+15 &< 8x-2 \\ -2x &< -17 \\ x &> \frac{17}{2} \end{aligned} \qquad S = \left] \frac{17}{2}; +\infty \right[$$

5) On a :

$$\begin{aligned} \frac{-5x+6}{9} - \frac{x+7}{6} &\geqslant 0 \\ (\times 18) \qquad 2(-5x+6)-3(x+7) &\geqslant 0 \\ -10x+12-3x-21 &\geqslant 0 \\ -10x-3x &\geqslant -12+21 \\ -13x &\geqslant 9 \\ x &\leqslant -\frac{9}{13} \end{aligned} \qquad S = \left] -\infty; -\frac{9}{13} \right]$$

6) On a :

$$\begin{aligned} 5(x+1)-2(x+1) &< 3x+10 \\ 5x+5-2x-2 &< 3x+10 \\ 5x-2x-3x &< -5+2+10 \\ 0x &< 7 \quad \text{toujours vrai} \qquad S=\mathbb{R} \end{aligned}$$

Exercice 2

Inéquations produit et quotient **(6 points)**

1) $(3-x)(2x+1) \leqslant 0$

Valeurs frontières $\quad 3-x=0 \Rightarrow x=3 \quad$ et $\quad 2x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$3-x$		$+$	|	$-$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$-$	|	$+$	
$(3-x)(2x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup [3;+\infty[$$

2) $(3x-5)(4x-1) > (7x+2)(3x-5)$ on annule de second membre et on factorise

$$\begin{aligned} (3x-5)(4x-1)-(7x+2)(3x-5) &> 0 \\ (3x-5)(4x-1-7x-2) &> 0 \\ (3x-5)(-3x-3)& \\ (\div 3) \qquad (3x-5)(-x-1) &> 0 \end{aligned}$$

Valeurs frontières $\quad 3x-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{5}{3} \quad$ et $\quad -x-1=0 \Rightarrow x=-1$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x-1$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$(3x-5)(-x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S=\left]-1;\frac{5}{3}\right[$$

3) $(2x+1)^2 > (3x+7)^2$ on annule de second membre et on factorise

$$\begin{aligned} (2x+1)^2-(3x+7)^2 &> 0 \\ (2x+1-3x-7)(2x+1+3x+7) &> 0 \\ (-x-6)(5x+8) &> 0 \end{aligned}$$

Valeurs frontières $-x-6=0 \quad x=-6$ et $5x+8=0 \quad x=-\dfrac{8}{5}$

x	$-\infty$		-6		$-\frac{8}{5}$		$+\infty$
$-x-6$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$5x+8$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(-x-6)(5x+8)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S=\left]-6;-\frac{8}{5}\right[$$

4) $\dfrac{6-3x}{x-3} \leqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2-x}{x-3} \leqslant 0$ et $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

Valeurs frontières $2-x=0 \quad x=2$ et $x-3=0 \quad x=3$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$2-x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$\frac{2-x}{x-3}$		$-$	0	$+$	||	$-$	

$$S=]-\infty;2]\cup]3;+\infty[$$

5) $\dfrac{2x+3}{x-1} \geqslant 6$ on annule le second membre

$$\frac{2x+3}{x-1}-6 \geqslant 0$$
$$\frac{2x+3-6x+6}{x-1} \geqslant 0$$
$$\frac{-4x+9}{x-1} \geqslant 0 \qquad D_f=\{1\}$$

Valeurs frontières $-4x+9=0 \quad x=\dfrac{9}{4}$ et $x-1=0 \quad x=1$

x	$-\infty$		1		$\frac{9}{4}$		$+\infty$
$-4x+9$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$\frac{-4x+9)}{x-1}$		$-$	||	$+$	0	$-$	

$$S=\left]1;\frac{9}{4}\right]$$

Exercice 3

Vrai-Faux **(4 points)**

1) **Faux**. On ne peut diviser par x une inégalité car x peut être nul ou négatif ce qui entrainerait l'inversion de l'inégalité.

2) **Faux**. Le carré d'un nombre est strictement positif si ce nombre est non nul. La solution est alors : $S = \mathbb{R} - \{-3\}$

3) **Vrai**. En valeur absolu (sans son signe) x est supérieur à 3 donc son carré est bien supérieur à 9.

4) **Faux**. On a oublié d'inverser l'inégalité lorsque l'on a divisé par -7. En effet :

$$-3x - 1 < 4x + 6 \quad \Leftrightarrow \quad -7x < 7 \quad \Leftrightarrow \quad x > -1 \quad \text{alors} \quad S =]-1; +\infty[$$

Exercice 4

Union et intersection d'intervalles **(2 points)**

En vous aidant éventuellement de la droite des réels, donner la solution sous forme d'intervalle des propositions suivantes :

1) On a : $S =]-\infty; -2[\cup [5; 15]$

2) On a : $S =]-1; 5]$

Exercice 5

Problème **(3 points)**

Pour les problème suivant, on définira clairement l'inconnue et on posera l'inéquation la plus proche du texte.

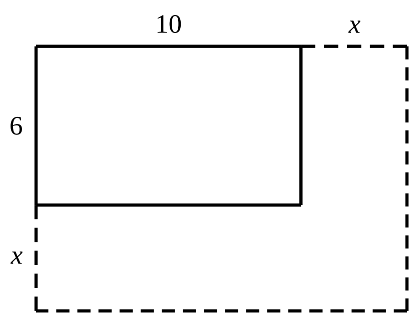
1) On pose : x = durée de communication en minutes.

Pour que le premier opérateur soit plus avantageux, on doit avoir

$$\begin{aligned} 0,16x + 12 &< 0,28x \\ 0,16 - 0,28 &< -12 \\ -0,12 &< 12 \\ x &> 100 \end{aligned}$$

Pour un durée de plus de 100 minutes soit 1h40, le premier opérateur est plus avantageux

2) On peut faire la figure suivante :



x = augmentation en cm de la longueur et la largeur.

Le périmètre est inférieur à 96 cm si :

$$\begin{aligned} 2(10 + x) + 2(6 + x) &< 96 \\ 20 + 2x + 12 + 2x &< 96 \\ 4x &< 96 - 20 - 12 \\ x &< 16 \end{aligned}$$

Pour avoir un périmètre inférieur à 96, on ne peut augmenter la longueur et la largeur que d'une valeur inférieure à 16 cm