

Correction contrôle de mathématiques

Du jeudi 14 novembre 2013

EXERCICE 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

(4 points)

1) $3x + 7 - (5x + 3) = 4x - 2(1 + 2x) + 1$, on a alors :

$$\begin{aligned} 3x + 7 - 5x - 3 &= 4x - 2 - 4x + 1 \\ 3x - 5x - 4x + 4x &= -7 + 3 - 2 + 1 \\ -2x &= -5 \\ x &= \frac{5}{2} \quad S = \left\{ \frac{5}{2} \right\} \end{aligned}$$

2) $3 + \frac{1}{3}(x - 4) - \frac{x}{2} = \frac{1 + 5x}{6}$, on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 6) \quad 18 + 2(x - 4) - 3x &= 1 + 5x \\ 18 + 2x - 8 - 3x &= 1 + 5x \\ 2x - 3x - 5x &= -18 + 8 + 1 \\ -6x &= -9 \\ x &= \frac{3}{2} \quad S = \left\{ \frac{3}{2} \right\} \end{aligned}$$

3) $2x - \frac{3x + 1}{4} = \frac{3x - 1}{8} + \frac{3x + 1}{2}$, on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 8) \quad 16x - 2(3x + 1) &= 3x - 1 + 4(3x + 1) \\ 16x - 6x - 2 &= 3x - 1 + 12x + 4 \\ 16x - 6x - 3x - 12x &= 2 - 1 + 4 \\ -5x &= 5 \\ x &= -1 \quad S = \{-1\} \end{aligned}$$

4) $(2x + 1)(2 - 3x) + 6x^2 = 2 - 3x$, on a alors :

$$\begin{aligned} 4x - 6x^2 + 2 - 3x + 6x^2 &= 2 - 3x \\ 4x - 3x + 3x &= 2 - 2 \\ 4x &= 0 \\ x &= 0 \quad S = \{0\} \end{aligned}$$

EXERCICE 2Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

(5 points)

1) $2(3x + 4)(2x - 1) = 0$ Équation produit :

$$3x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 1 = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{4}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

2) $(2x + 3)(7x + 2) - (4x + 1)(2x + 3) = 0$ On factorise par $(2x + 3)$:

$$(2x + 3)[(7x + 2) - (4x + 1)] = 0$$

$$(2x + 3)(7x + 2 - 4x - 1) = 0$$

$$(2x + 3)(3x + 1) = 0$$

$$2x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$$

3) $x^2 - 4x(x - 3) = 0$ On factorise par x :

$$x[x - 4(x - 3)] = 0$$

$$x(x - 4x + 12) = 0$$

$$x(-3x + 12) = 0$$

$$-3x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$S = \{0; 4\}$$

4) $4x^2 + 28x + 49 = 0$ On factorise par une l'identité remarquable :

$$(2x + 7)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x + 7 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{7}{2} \quad \Leftrightarrow \quad S = \left\{ -\frac{7}{2} \right\}$$

5) $(x - 3)(x + 2) + (x - 3)(2x + 3) + x^2 - 9 = 0$ On met en évidence un facteur commun :

$$(x - 3)(x + 2) + (x - 3)(2x + 3) + (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(x + 2 + 2x + 3 + x + 3) = 0$$

$$(x - 3)(4x + 8) = 0$$

$$4(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

$$S = \{-2; 3\}$$

6) $(5x + 3)^2 = (2 - 3x)^2$ Égalité de deux carrés :

$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 2 - 3x & \text{ou} & & 5x + 3 &= -2 + 3x \\ 5x + 3x &= 2 - 3 & \text{ou} & & 5x - 3x &= -2 - 3 \\ 8x &= 1 & \text{ou} & & 2x &= -5 \\ x &= -\frac{1}{8} & \text{ou} & & x &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{2}; -\frac{1}{8} \right\}$$

EXERCICE 3

Equation du troisième degré.

(3 points)

1) Résoudre dans \mathbb{R} : $(2x^2 + 3)(x - 4) = 0$

On a : $\forall x \in \mathbb{R}, 2x^2 + 3 \geq 3$ donc $2x^2 + 3 \neq 0$

On a alors qu'une seule solution : $x = 4$ soit $S = \{4\}$

2) a) Développer, réduire et ordonner : $P(x) = (x + 3)(2x - 5)(-x + 4)$ On a :

$$\begin{aligned} P(x) &= (2x^2 - 5x + 6x - 15)(-x + 4) \\ &= (2x^2 + x - 15)(-x + 4) \\ &= -2x^3 + 8x^2 - x^2 + 4x + 15x - 60 \\ &= -2x^3 + 7x^2 + 19x - 60 \end{aligned}$$

b) Du a) on déduit que :

$$-2x^3 + 7x^2 + 19x - 60 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(2x - 5)(-x + 4) = 0$$

On obtient les solutions suivantes :

$$\begin{aligned} x + 3 &= 0 & \text{ou} & & 2x - 5 &= 0 & \text{ou} & & -x + 4 &= 0 \\ x &= -3 & \text{ou} & & x &= \frac{5}{2} & \text{ou} & & x &= 4 \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{5}{2}; 4 \right\}$$

EXERCICE 4

Forme développée, semi-développée et factorisée

(4 points)

1) a) On a :

$$\begin{aligned} E(x) &= 25x^2 - 30x + 9 + (-2x + 2)(5x - 3) \\ &= 25x^2 - 30x + 9 - 10x^2 + 6x + 10x - 6 \\ &= 15x^2 - 14x + 3 \end{aligned}$$

b) On factorise par $(5x - 3)$

$$\begin{aligned} E(x) &= (5x - 3)[(5x - 3) - 2(x - 1)] \\ &= (5x - 3)(5x - 3 - 2x + 2) \\ &= (5x - 3)(3x - 1) \end{aligned}$$

$$2) \text{ a) } E(x) = 0 \Leftrightarrow (5x - 3)(3x - 1) = 0$$

$$5x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{3}{5} \right\}$$

$$\text{b) } E(x) = 3 \Leftrightarrow 15x^2 - 14x + 3 = 3 \Leftrightarrow x(15x - 14) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 15x - 14 = 0$$

$$x = \frac{14}{15}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{14}{15} \right\}$$

$$\text{c) } E(x) = (5x - 3)^2 \Leftrightarrow (5x - 3)^2 - 2(x - 1)(5x - 3) = (5x - 3)^2 \Leftrightarrow$$

$$2x(x - 1)(5x - 3) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 3 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{5}; 1 \right\}$$

EXERCICE 5

Problèmes.

(4 points)

1) Soit x : prix initial d'une chemise en €.

On calcule ce que le commerçant a encaissé :

$$43x + 17(x - 1) + 1,5(100 - 43 - 17) = 1243$$

$$43x + 17x - 17 + 1,5 \times 40 = 1243$$

$$60x = 1243 + 17 - 60$$

$$60x = 1200 \Leftrightarrow x = 20$$

Le prix initial de la chemise est de 20 €.

2) Soit x : l'âge de Xavier

On fait la somme des âges des 3 frères :

$$(x - 3) + x + (x + 5) = 26$$

$$3x + 2 = 26$$

$$3x = 24 \Leftrightarrow x = 8$$

Xavier a donc 8 ans, son petit frère 5 ans et son grand frère 13 ans.