Correction du devoir de mathématiques

Du mercredi 04 mars 2015

EXERCICE 1

Algorithme **(5 points)**

1) $-3 \to -1 \to 1 \to 0$; $0 \to 2 \to 4 \to 3$; $\dfrac{1}{3} \to \dfrac{7}{3} \to \dfrac{49}{9} \to \dfrac{40}{9}$

2) $f(x) = (x+2)^2 - 1$

3) $f(x) = x^2 + 4x + 4 - 1 = x^2 + 4x + 3$

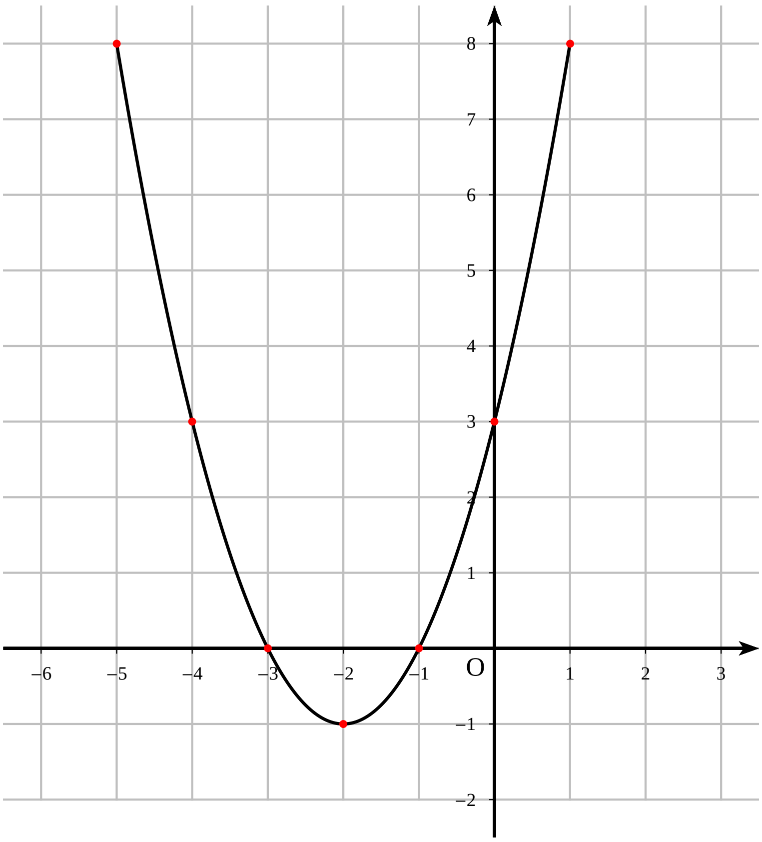
4) $D_f = [-5;\ 1]$

5) Pour $f(-5) = (-5)^2 + 4(-5) + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	8	3	0	-1	0	3	8

6) D'après le tableau de valeurs, l'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions : -3 et -1.

7) On utilise les points du tableau de valeurs.



EXERCICE 2

Représentation d'une parabole **(4 points)**

1) $f(\sqrt{2}) = -0,5(\sqrt{2}+1)^2+2 = -0,5(2+2\sqrt{2}+1)+2 = -1-\sqrt{2}-0,5+2 = 0,5-\sqrt{2}$.

2) f est de la forme : $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $a = -0,5$, $\alpha = -1$, $\beta = 2$.
- $a = -0,5 < 0$ la parabole est dirigée vers le bas.
- $\alpha = -1$ et $\beta = 2$ donc le sommet S$(-1\,;\,2)$

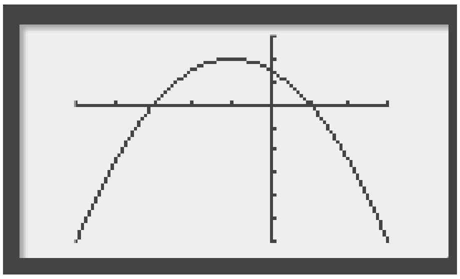
3) a) On obtient le tableau de variation suivant :

x	-5		-1		3
$f(x)$	-6	$\nearrow$	2	$\searrow$	-6

b) On peut prendre la fenêtre suivante :

$X_{min} = -5\,;\ X_{max} = 3\,;\ X_{grad} = 1\,;$

$Y_{min} = -6\,;\ Y_{max} = 3\,;\ Y_{grad} = 1$



Exercice 3

Forme canonique **(4 points)**

1) a) $f(x) = x^2 + 3x - 7 = \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4} - 7 = \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{37}{4}$

b) On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{37}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

2) a) $g(x) = 4x^2 - 24x + 27 = 4(x^2 - 3x) + 27 = 4\left[(x-3)^2 - 9\right] + 27 = 4(x-3)^2 - 36 + 27$

$= 4(x-3)^2 - 9$

b) $g(x) = [2(x-3) - 3]\,[2(x-3) + 3] = (2x - 6 - 3)(2x - 6 + 3) = (2x-9)(2x-3)$

$g(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (2x-9)(2x-3) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{9}{2}$ ou $x = \dfrac{3}{2}$

Exercice 4

Vitesse moyenne **(5 points)**

1) a) D'une façon général, on a : $t = \dfrac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \text{distance} \times \dfrac{1}{\text{vitesse}}$

$t_1 = \dfrac{AB}{2} \times \dfrac{1}{20} = \dfrac{AB}{40}$ et $t_2 = \dfrac{AB}{2} \times \dfrac{1}{x} = \dfrac{AB}{2x}$

b) $t_{\text{Total}} = t_1 + t_2 = \dfrac{AB}{40} + \dfrac{AB}{2x} = \dfrac{xAB + 20AB}{40x} = \dfrac{AB(x+20)}{40x}$

$v_{\text{moy}} = \dfrac{AB}{t_{\text{Total}}} = AB \times \dfrac{1}{t_{\text{Total}}} = AB \times \dfrac{40x}{AB(x+20)} = \dfrac{40x}{x+20}$

2) $\dfrac{40x}{x+20} = 24 \quad \Leftrightarrow \quad 24x + 480 = 40x \quad \Leftrightarrow \quad 16x = 480 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{480}{16} = 30$

x doit donc être de 30 km/h

3) $v_{\text{moy}} = \dfrac{40x}{x+20} = \dfrac{40x + 800 - 800}{x+20} = \dfrac{40(x+20)}{x+20} - \dfrac{800}{x+20} = 40 - \dfrac{800}{x+20}$

On a donc $b = -800$

Comme la quantité $-\dfrac{800}{x+20} < 0$, on a donc $v_{\text{moy}} < 40$

Exercice 5

Algorithme **(3 points)**

1) Pour $a = 3$, on obtient en sortie : 7

2) a) $f(x) = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$

b) $f(x) = x \quad \Leftrightarrow \quad 2x + 1 = x \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$

Si on rentre -1, on obtient également -1 en sortie