Résolution de problèmes - Correction

EXERCICE 1

1) Voir cours
2) On obtient $x = 5$ et $y = 4$ (voir cours)

EXERCICE 2

On pose : x le prix du croissant et y celui de la baguette.

On obtient alors le système suivant : $\begin{cases} 4x + 6y = 9,5 & (\times 1) \\ 3x + 2y = 5 & (\times -3) \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} 4x + 6y &= 9,5 \\ -9x - 6y &= -15 \\ \hline -5x &= -5,5 \\ x &= \dfrac{-5,5}{-5} = 1,1 \end{array}$$

On remplace $x = 1,1$ dans la 2^{e} équation

$$\begin{aligned} 3 \times 1,1 + 2y &= 5 \\ 2y &= 5 - 3,3 \\ y &= \frac{1,7}{2} = 0,85 \end{aligned}$$

Le croissant coûte alors 1,10 € et la baguette 0,85 €

EXERCICE 3

On pose : x le nombre d'adultes et y le nombre d'enfants.
Des prix des compagnies A et B, on en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} 280x + 200y = 13\,360 \\ 320x + = 160y = 14\,720 \end{cases}$$

En divisant la première équation par 40 et la seconde par 160, on obtient alors

$$\begin{cases} 7x + 5y = 334 & (\times 1) \\ 2x + y = 92 & (\times -5) \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} 7x + 5y &= 334 \\ -10x - 5y &= -460 \\ \hline -3x &= -126 \\ x &= \dfrac{-126}{-3} = 42 \end{array}$$

On remplace $x = 42$ dans la 2^{e} équation

$$\begin{aligned} 2 \times 42 + y &= 92 \\ y &= 92 - 84 = 8 \end{aligned}$$

On trouve alors 42 adultes et 8 enfants.

EXERCICE 4

On peut traduire les durées dans un système décimal :

$1\text{h}30 = 1,5\text{h}$ et $1\text{h}50 = 1 + \dfrac{5}{6} = \dfrac{11}{6}\text{h}$

En raisonnant sur les durées $\left(\dfrac{d}{v}\right)$, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{15} + \dfrac{y}{45} = 1,5 \\ \dfrac{x}{45} + \dfrac{y}{15} = \dfrac{11}{6} \end{cases}$$

En multipliant les deux équation par 45, on obtient :

$$\begin{cases} 3x + y = 67,5 & (1) \\ x + 3y = 82,5 & (2) \end{cases}$$

On peut résoudre par substitution : de (1) $y = 67,5 - 3x$

On remplace dans (2) : $x + 67,5 \times 3 - 9x = 82,5 \quad \Leftrightarrow \quad -8x = -120 \quad \Leftrightarrow \quad x = 15$

On trouve alors : $y = 67,5 - 3 \times 15 = 22,5$

On obtient alors $x = 15$ km et $y = 22,5$ km

EXERCICE 5

1) On appelle x l'âge du père et y celui du fils.

   Faisons un petit récapitulatif :

	Age du Père	Age du fils
Passé	y	$y - (x - y)$
Présent	x	y

   En effet, le temps écoulé entre le moment où le père avait l'âge du fils y et aujourd'hui est de : $x - y$. Donc le fils à l'époque avait : $y - (x - y)$.
   Comme le père a maintenant 6 fois cet âge, on a :

$$x = 6\left[y - (x - y)\right] \quad \Leftrightarrow \quad x = 6(y - x + y)$$
$$x = 12y - 6x \quad \Leftrightarrow \quad 7x - 12y = 0$$

   Nous avons alors le système système suivant : $\begin{cases} 7x - 12y = 0 & (\times 1) \\ x + y = 95 & (\times -7) \end{cases}$

$$\begin{aligned} 7x - 12y &= 0 \\ -7x - 7y &= -665 \\ \hline -19y &= -665 \\ y &= \frac{665}{19} = 35 \end{aligned}$$

   On remplace $y = 35$ dans la 2^{e} équation :
   $x = 95 - 35 = 60$

   Conclusion : le père a 60 ans et le fils 35.

2) Appelons x le nombre d'années nécessaires pour que l'âge de M. Durand soit le double de l'âge de son fils. Dans x années monsieur Durand aura $3(0 + x)$ ans et son fils $(5 + x)$ ans.
   On obtient alors l'équation :

$$30 + x = 2(5 + x) \quad \Leftrightarrow \quad 30 + x = 10 + 2x$$
$$x - 2x = -30 + 10 \quad \Leftrightarrow \quad x = 20$$

   Dans 20 ans, l'âge de monsieur Durand sera le double de l'âge de son fils.

EXERCICE 6

1) **Méthode algébrique**

On pose x et y ($x > y$) les deux nombres. On obtient alors le système :

$$\begin{cases} x + y = 51 \\ x - y = 21 \end{cases}$$

On obtient $x = 36 \quad$ et $\quad y = 15$

Méthode arithmétique

On part de la décomposition de 51 en somme de $26 + 25$. Lorsqu'on soustrait les deux nombres, on obtient 1. Comme la différence est de 21, il faut "*éloigner*" les nombres de 20. On obtient cette situation en ajoutant 10 au plus grand et en soustrayant 10 au plus petit. On obtient alors $26 + 10 = 36$ et $25 - 10 = 15$.

2) **Méthode algébrique**

On pose x le nombre de pièce de 20 centimes et y celui de 50 centimes. On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 20 \quad (\times 1) \\ 0,2x + 0,5y = 5,5 \quad (\times -2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 20 \\ -0,4x - y &= -11 \\ \hline 0,6x &= 9 \\ x &= \frac{9}{0,6} = 15 \end{aligned}$$

On remplace $x = 15$ dans la 1re équation

$$\begin{aligned} 15 + y &= 20 \\ y &= 20 - 15 = 5 \end{aligned}$$

On obtient alors : $x = 15 \quad$ et $\quad y = 5$

Méthode arithmétique

On part de la situation médiane soit 10 pièces de 20 cts et 10 pièces de 50 cts. On a alors la somme de 7 €. Lorsqu'on échange un pièce de 50 cts pour une de 20 cts, la somme diminue de 30 cts. Pour diminuer la somme de 150 cts, il faut donc échanger : $\dfrac{150}{30} = 5$ pièces de 50 cts. On a alors :

$10 + 5 = 15$ pièces de 20 cts et $10 - 5 = 5$ pièces de 50 cts.

3) **Méthode algébrique**

On pose x le nombre de billes rouges et y le nombre de billes bleues. On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ y + 30 = 2(x + 20) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 100 \\ 2x - y = -10 \end{cases}$$

On obtient alors : $x = 30 \quad$ et $\quad y = 70$.

Méthode arithmétique
On part de la situation finale. On a rajouté $30 + 20 = 50$ billes. Il y a donc 150 billes. On fait une proportion de 2 pour 1.
On a alors $\dfrac{150}{3} = 50$ billes rouges et $2 \times 50 = 100$ billes bleues.
On revient à la situation initiale :
on a $50 - 20 = 30$ billes rouges et $100 - 30 = 70$ billes bleues

EXERCICE 7

On pose x le nombre de bicyclettes et y le nombre de tricycles. D'après les données, on a :

$$\begin{cases} 3 \leqslant x \leqslant 10 \\ 3 \leqslant y \leqslant 10 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases}$$

On teste par exemple les valeurs de x de 3 à 10. Il faut alors que $3y = 31 - 2x$ soit divisible par 3. En présentant les résultats dans un tableau, on obtient :

x	$31 - 2x$	y
3	25	impossible
4	23	impossible
5	21	7
6	19	impossible
7	17	impossible
8	15	5
9	13	impossible
10	11	impossible

Il existe donc exactement deux solutions : 5 bicyclettes et 7 tricycles ou 8 bicyclettes et 5 tricycles.

EXERCICE 8

Voir cours

EXERCICE 9

Histoire de fléchettes

Voir cours

EXERCICE 10

1) Soit x le rang du premier reçu.
La somme de leurs rangs, comme il y a 12 candidats, est donc :

$$x + (x + 1) + (x + 2) + \cdots + (x + 11)$$

La somme peut donc s'écrire : $12x + 1 + 2 + \cdots + 11$

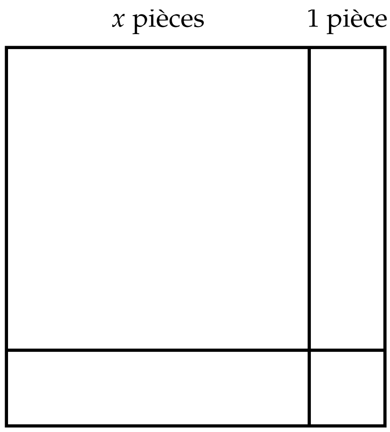
On rappelle que la somme des n premiers entiers naturels est égal à :

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

donc : $1+2+\cdots+11 = \dfrac{11 \times 12}{2} = 66$

Donc la somme de leurs rangs est égal à $12x + 66$. Or 12 est divisible par 4 mais pas 66, donc la somme de leurs rangs ne peut être égal au quadruple de l'âge d'André.

2) On peut faire le schéma suivant :



Le carré fait avec x pièces de côté contient x^2 pièces
et celui de $(x+1)$ pièces de côté contient $(x+1)^2$ pièces.

Soit N le nombre de pièces du jeu.
On doit avoir : $N = x^2 + 14 \quad$ et $\quad N = (x+1)^2 - 11$
Nous avons donc l'égalité :

$$x^2 + 14 = (x+1)^2 - 11$$

en développant

$$x^2 + 14 = x^2 + 2x + 1 - 11$$

On obtient alors :

$$2x = 24 \quad \text{donc} \quad x = 12$$

on en déduit alors

$$N = 12^2 + 14 = 144 + 14 = 158$$

Il y a 158 pièces dans le jeu.

Une résolution à l'école primaire :
On compte le nombre de pièces nécessaires pour faire le nouveau carré. Il est égal à deux fois le côté de ce carré moins un. (une pièce se trouve à l'intersection des deux bandes, ce qui explique le moins un).

Pour faire ces deux bandes, nous avons besoin des 14 pièces restantes et des 11 pièces manquantes soit $14 + 11 = 25$. On en déduit que deux fois le côté du nouveau carré est égal à 26. Le nouveau carré est donc de côté 13. L'ancien carré est donc de côté 12.

On a donc $12 \times 12 + 14 = 158$ pièces.