Mesures et durée - Correction

EXERCICE 1

Connaissances

1) Dans une heure, il y a 3 600 secondes

   a) $\dfrac{2}{3} \times 3\,600 = 2\,400$ secondes

   b) $1,2 \times 3\,600 = 4\,320$ secondes

2) a) On effectue deux divisions successives par 60 comme un changement de base :

$$\begin{array}{r|l} 5\,5\,3\,2 & 6\,0 \\ \cline{2-2} 1\,3\,2 & 9\,2 \\ 1\,2 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 9\,2 & 6\,0 \\ \cline{2-2} 3\,2 & 1 \end{array}$$

   On obtient alors : $5\,532 = 1\text{h}\,32'\,12''$

   b) $$\begin{aligned} 1,87 &= 1 \text{ heure} + 0,87 \times 60 \text{ minutes} \\ &= 1 \text{ heure} + 52 \text{ minutes} + 0,2 \times 60 \text{ secondes} \\ &= 1\text{h}\,52'\,12'' \end{aligned}$$

3) L'angle d'une aiguille est proportionnel au temps. On sait que la grande aiguille fait un quart de tour (90°) en 15 minutes donc pour 54°, on a :

$$\frac{15 \times 54}{90} = 9 \text{ minutes}$$

4) On sait que la petite aiguille fait un quart de tour pour 3 heures donc 180 minutes, donc pour 68°, on a :

$$\frac{180 \times 68}{90} = 136 \text{ minutes} = 2\text{h}\,16'$$

5) a) Faisons un tableau permettant de rentrer les données :

	Paris	Ar. Houston	Dep. Houston	Rio de Janeiro
H de Paris	23h	$3 + 7 = 10\text{h}$		
H de Houston		3h	4 h	4+10
H de Rio				$14 + 3 = 17\text{h}$

   Comme Houston est à l'ouest de Paris, l'heure de Houston est en retard de 7 heures par rapport à l'heure de Paris. Pour trouver l'heure de Paris, il faut ajouter 7 heures à l'heure de Houston. Arnaud arrive à Houston à $3 + 7 = 10$ h (heure de Paris).

   Le voyage à donc duré : $10 + 1 = 11$ heures.

   b) Comme Rio est à l'est de Houston, l'heure de Rio est en avance de 3 heures sur l'heure de Houston. Il faut donc ajouter 3 heures à l'heure de Houston. Arnaud arrive à Rio à : $4 + 10 + 3 = 17$ h

EXERCICE 2

Échelle

Pour trouver l'échelle, il faut convertir les km en cm : 25 km = 2 500 000 m. L'échelle est donc de :

$$\frac{10}{2\,500\,000} = \frac{1}{250\,000}$$

EXERCICE 3

Cycliste

1) a) Soit t le temps aller et retour des deux cycliste.

Pour le premier cycliste le temps aller est : $t_A = \dfrac{d}{v}$

Le temps retour est : $t_R = \dfrac{d}{w}$

Le temps total est donc : $t = t_A + t_R = \dfrac{d}{v} + \dfrac{d}{w} = \dfrac{20}{40} + \dfrac{20}{10} = 2\text{h}\,\dfrac{1}{2}$.

b) Pour le deuxième cycliste le temps aller et retour est : $t = \dfrac{2d}{x}$

On a donc : $\dfrac{2d}{x} = 2,5$ donc $x = \dfrac{2d}{2,5} = \dfrac{40}{2,5} = 16$ km/h

2) $t_A + t_R = \dfrac{2d}{x} \Leftrightarrow \dfrac{d}{v} + \dfrac{d}{w} = \dfrac{2d}{x} \Leftrightarrow \dfrac{d(w+v)}{vw} = \dfrac{2d}{x} \Leftrightarrow \dfrac{v+w}{vw} = \dfrac{2}{x} \Leftrightarrow$
$x = \dfrac{2vw}{v+w}$

EXERCICE 4

Livres dans une boîte

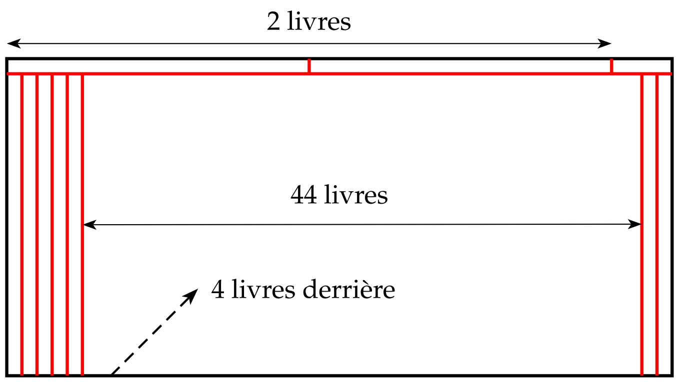
1) Le volume de la boîte est : $44 \times 21 \times 11 = 10\,164$ cm²

Le volume d'un livre est : $20 \times 10 \times 1 = 200$ cm².

2) $\ell = \dfrac{10164}{200} = 50,82$. On pourra donc mettre au maximum 50 livres.

3) On peut effectivement placer les 50 livres dans la boîte.

On met 44 livres debout et 4 livres derrière. On place ensuite 2 livres sur le dessus.



4) On peut effectivement placer le nombre théorique de livres dans la boîte.

5) Soit p ce pourcentage.

$$p = \frac{\text{volume total} - \text{volume utilisé}}{\text{volume total}} \times 100 = \frac{10\,164 - 50 \times 200}{10\,164} \times 100 \approx 1,61$$

Ce pourcentage est donc approximativement de 2 %.

EXERCICE 5

Emballage

1) Soit d la troisième dimension.

On sait que : 1 litre vaut 1 dm^3 soit 1000 cm^3. D'où : $d = \dfrac{1000}{19 \times 9,4} \approx 5,6$

La troisième dimension est de 5,6 cm au millimètre près.

2) a) Soit x la longueur du côté. On a :

$$x^2 = \frac{1000}{20} = 50 \quad \text{soit} \quad x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \simeq 7,1$$

La longueur du côté est donc de 7,1 cm au millimètre près.

b) Comme la base est inchangée, le volume est proportionnel à la hauteur.

$$h = 1,2 \times 20 = 24$$

La hauteur est alors de 24 cm.

3) Soit a, b et c les trois dimensions du « brick » avec $c \geqslant b \geqslant a > 3$.

$a \times b \times c = 1000$. Comme $a \leqslant b \leqslant c \;\Rightarrow\; a^3 \leqslant 1000$ donc $a \leqslant 10$.
D'où $3 < a \leqslant 10$. Les diviseurs de 1000 entre 3 et 10 inclus sont : $4,\ 5,\ 8,\ 10$.

a) Si $a = 4$ alors $cb = 250$
on a alors : $b^2 \leqslant 250$ donc $4 \leqslant b \leqslant 15$
Les diviseurs de 250 compris entre 4 et 15 sont : 5 et 10

On obtient deux solutions :

a	b	c
4	5	50
4	10	25

b) Si $a = 5$ alors $bc = 200$
on a alors : $b^2 \leqslant 200$ donc $5 \leqslant b \leqslant 14$
Les diviseurs de 200 compris entre 5 et 14 sont : 5, 8 et 10

On obtient trois solutions :

a	b	c
5	5	40
5	8	25
5	10	20

c) Si $a = 8$ alors $bc = 125$
on a alors : $b^2 \leqslant 11$ donc $8 \leqslant b \leqslant 11$
125 n'a pas de diviseurs compris entre 8 et 11. Il n'y a donc pas de solution avec $a = 8$

d) Si $a = 10$ alors $bc = 100$. On trouve la solution triviale : $a = b = c = 10$

Conclusion : Il existe 6 solutions :

a	b	c
4	5	50
4	10	25
5	5	40
5	8	25
5	10	20
10	10	10