

Sommes et produits matriciels

1. On considère la matrice : $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Déterminer les matrices :

$$\begin{array}{ll} X - 3I_3 & -(X - 3I_3) \\ I_3 - 2X & 4(I_3 - X) \end{array}$$

2. Soit les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer et comparer $A^2 + 2AB + B^2$ et $(A + B)^2$.

3. Effectuer les produits suivants lorsque c'est possible, et dans ce cas donner la dimension de la matrice produit. Lorsque c'est impossible, dire pourquoi.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

4. On considère la matrice A définie par $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ où x est un réel.

Déterminer x pour que $A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}$