

Contrôle de mathématiques

Jeudi 03 février 2022

EXERCICE 1

Multiples

(4 points)

- 1) Déterminer tous les diviseurs positifs de 168. Combien y en a-t-il ?
- 2) Déterminer les couples d'entiers naturels (x, y) vérifiant : $5x^2 - 7xy = 17$
- 3) Déterminer les entiers relatifs n tels que $(n + 2)$ divise $(4n + 1)$.

EXERCICE 2

Division euclidienne

(4 points)

- 1) On considère l'égalité : $3\,251 \times 259 + 261 = 842\,270$.
Sans effectuer de division, répondre aux questions suivantes :
 - a) Quels sont le quotient et le reste de la division de 842 270 par 259 ?
 - b) Quels sont le quotient et le reste de la division de $-842\,270$ par 3 251.
- 2) Dans la division de 1512 par un entier naturel b non nul, le quotient est 25.
Quelles sont les valeurs possibles pour le diviseur b et de reste r .

EXERCICE 3

Congruence

(6 points)

- 1) a) Montrer que $4^3 \equiv 1 \pmod{7}$. En déduire que 11^{2011} est congru à 4 modulo 7.
b) Montrer que $2022^{2022} - 1$ est divisible par 17.
- 2) Soit un entier naturel n tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$ et $0 \leq b \leq 9$.
 - a) Établir la liste des multiples de 17 inférieurs à 100.
 - b) Montrer que : $n \equiv 0 \pmod{17} \Leftrightarrow a - 5b \equiv 0 \pmod{17}$.
 - c) Énoncer en français un critère simple de divisibilité par 17.
 - d) En déduire, sans calculatrice, en expliquant votre démarche, les multiples de 17 parmi les entiers suivants : 562, 833, 1 547, 3 601.

EXERCICE 4

Résolution d'équation

(3 points)

Soit l'équation (E) : $x^2 - x + 4 \equiv 0 \pmod{6}$

- 1) Recopier puis remplir le tableau de congruence suivant :

$x \equiv (6)$	0	1	2	3	4	5
$x^2 \equiv (6)$						
$-x + 4 \equiv (6)$						
$x^2 - x + 4 \equiv (6)$						

2) Résoudre alors l'équation (E).

EXERCICE 5

Date anniversaire

(3 points)

Lors d'une représentation, un magicien demande aux spectateurs d'exécuter le programme de calcul suivant :

« Prenez le numéro de votre jour de naissance et multipliez-le par 12.

Prenez le numéro de votre mois de naissance et multipliez-le par 37.

Faites la somme des nombres obtenus, je vous donnerai alors votre date d'anniversaire ».

On appelle j et m respectivement le jour et le mois de naissance d'un spectateur et z le nombre annoncé. On a alors : $12j + 37m = z$

- 1) Montrer que $m \equiv z \pmod{12}$
- 2) Un spectateur annonce 406. Quel est sa date d'anniversaire ?