Fiche sur les suites

1 Définition

On peut définir une suite (u_n) :

- De façon explicite : $u_n = f(n)$.
- De façon récurrente :
  - à un terme : u_0 et $u_{n+1} = f(u_n)$
  - à deux termes : u_0 et u_1 et $u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n)$
- Par une somme de termes : $u_n = \sum_{k=0}^{n} T_n$

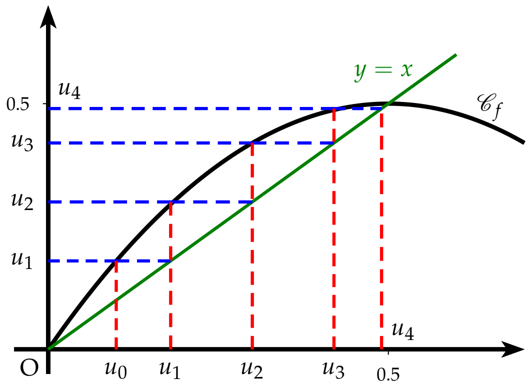
2 Variation

Pour connaître les variations d'une suite (u_n), on étudie :

- Le signe de : $u_{n+1} - u_n$
- Si tous les termes sont positifs, on peut comparer de rapport : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.
- Si la suite est définie de façon explicite, on peut aussi étudier le signe de la dérivée de la fonction associée.

3 Visualisation

Pour visualiser une suite définie par récurrence, on trace, la fonction f et la droite $y = x$ qui permet de reporter les termes sur l'axe des abscisses.



4 Programmation

Deux petits programmes pour programmer un terme particulier ou la liste des premiers termes d'une suite définie par récurrence : (on rentre la fonction f à part, $A = u_0$)

Variables
A, N, I, U, f (fonction)
Algorithme
Lire A, N
$A \to U$
Pour I variant de 1 à N
  $f(U) \to U$
FinPour
Afficher U

Variables
A, N, I, U, L_1 (liste), f (fonction)
Algorithme
Lire A, N
$A \to U$
Liste L_1 remis à 0
$U \to L_1(1)$
Pour I variant de 1 à N
  $f(U) \to U$
  $U \to L_1(I+1)$
FinPour
Afficher L_1

5 Suites arithmétiques

Définition : $u_{n+1} = u_n + r$ et un premier terme. r est la raison

Propriété : $u_{n+1} - u_n = \text{Cte} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Terme général : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_p + (n-p)r$

Somme des termes : $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2} = \text{Nbre de termes} \times \frac{\Sigma \text{ termes extrêmes}}{2}$$

6 Suites géométriques

Définition : $u_{n+1} = q \times u_n$ et un premier terme. q est la raison

Propriété : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \text{Cte} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Terme général : $u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_p \times q^{n-p}$

Somme des termes : $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1 - q^{\text{Nbre termes}}}{1 - q}$$