

Révision : Géométrie dans l'espace

EXERCICE 1

Pondichéry 17 avril 2015

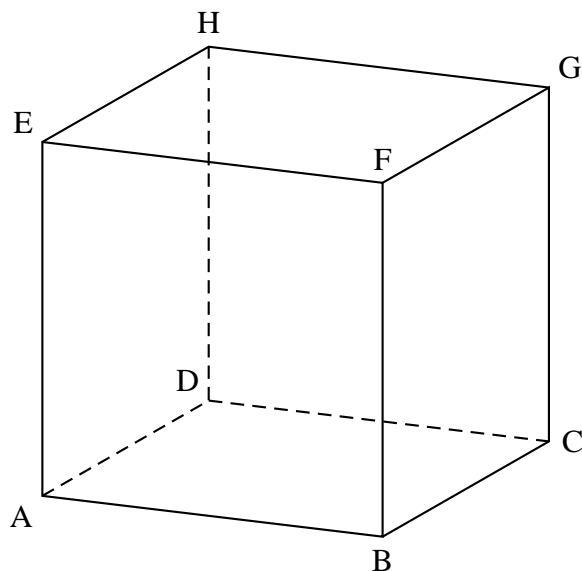
Soit un cube ABCDEFGH d'arête 1.

Dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on considère les points M, N et P de coordonnées :

$$M\left(1 ; 1 ; \frac{3}{4}\right), \quad N\left(0 ; \frac{1}{2} ; 1\right), \quad P\left(1 ; 0 ; -\frac{5}{4}\right)$$

- 1) Placer M, N et P sur la figure donnée en annexe.
- 2) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{MP} .
En déduire que les points M, N et P ne sont pas alignés.
- 3) On considère l'algorithme 1 donné en annexe.
 - a) Exécuter *à la main* cet algorithme avec les coordonnées des points M, N et P données ci-dessus.
 - b) À quoi correspond le résultat affiché par l'algorithme ? Qu'en déduire pour le triangle MNP ?
- 4) On considère l'algorithme 2 donné en annexe. Le compléter pour qu'il teste et affiche si un triangle MNP est rectangle et isocèle en M.
- 5) On considère le vecteur $\vec{n}(5 ; -8 ; 4)$ normal au plan (MNP).
 - a) Déterminer une équation cartésienne du plan (MNP).
 - b) On considère la droite Δ passant par F et de vecteur directeur \vec{n} .
Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
- 6) Soit K le point d'intersection du plan (MNP) et de la droite Δ .
 - a) Démontrer que les coordonnées du point K sont $\left(\frac{4}{7} ; \frac{24}{35} ; \frac{23}{35}\right)$.
 - b) On donne $FK = \sqrt{\frac{27}{35}}$.
Calculer le volume du tétraèdre MNPF.

Annexe



Algorithme 1

Entrées et initialisation

| Saisir $x_M, y_M, z_M, x_N, y_N, z_N, x_P, y_P, z_P$

Traitement et sorties

| d prend la valeur $x_N - x_M$
 e prend la valeur $y_N - y_M$
 f prend la valeur $z_N - z_M$
 g prend la valeur $x_P - x_M$
 h prend la valeur $y_P - y_M$
 i prend la valeur $z_P - z_M$
 k prend la valeur $d \times g + e \times h + f \times i$
 Afficher k

Algorithme 2 (à compléter)

Entrées et initialisation

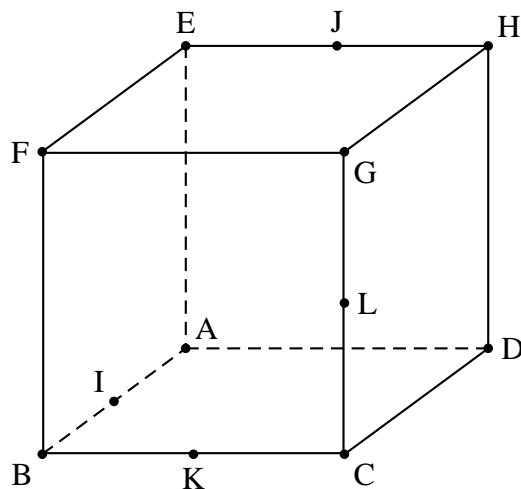
| Saisir $x_M, y_M, z_M, x_N, y_N, z_N, x_P, y_P, z_P$

Traitement et sorties

| d prend la valeur $x_N - x_M$
 e prend la valeur $y_N - y_M$
 f prend la valeur $z_N - z_M$
 g prend la valeur $x_P - x_M$
 h prend la valeur $y_P - y_M$
 i prend la valeur $z_P - z_M$
 k prend la valeur $d \times g + e \times h + f \times i$
 ...
 ...

EXERCICE 2**Liban 27 mai 2015**

ABCDEFGH est un cube.



I est le milieu du segment $[AB]$, J est le milieu du segment $[EH]$, K est le milieu du segment $[BC]$ et L est le milieu du segment $[CG]$.

On munit l'espace du repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- 1) a) Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK) .
b) En déduire une équation cartésienne du plan (IJK) .
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD) .
- 3) Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK) . Déterminer les coordonnées du point M.
- 4) Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.
- 5) Calculer le volume du tétraèdre FIJK.
- 6) Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes ?