Fiche suites rappels de première S

1 Définition

On peut définir une suite (u_n) :

- De façon explicite : $u_n = f(n)$.
- De façon récurrente :

  à un terme :
  $$u_0 \text{ ou } u_p \quad \text{et} \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

  à deux termes :
  $$u_0 \text{ et } u_1 \quad \text{et} \quad u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n)$$

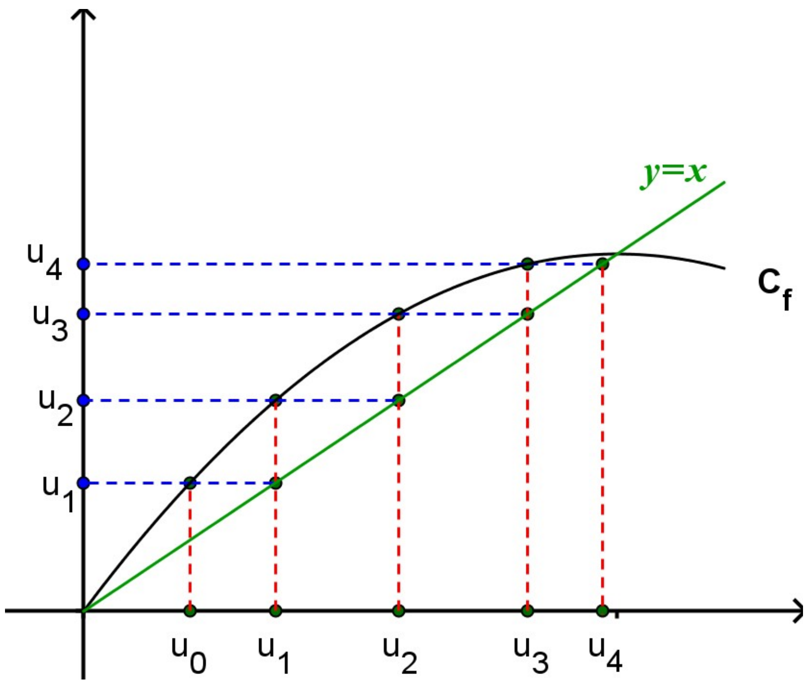
2 Variation

Pour connaître les variations d'une suite (u_n), on étudie :

- Le signe de : $u_{n+1} - u_n$
- Si tous les termes sont positifs, on peut comparer de rapport :
  $$\frac{u_{n+1}}{u_n} \text{ à } 1.$$
- Si la suite est définie de façon explicite, on peut aussi étudier le signe de la dérivée de la fonction associée.

3 Visualisation

Pour visualiser une suite définie par récurrence, on trace, la fonction f et la droite $y = x$ qui permet de reporter les termes sur l'axe des abscisses.



4 Programmation

Un petit programme avec la TI 82 pour programmer une suite par récurrence :

```
: Prompt U0
: Prompt N
: U0 → U
: For(I,1,N)
: f(U) → U
: End
: Disp U
```

5 Suites arithmétique et géométrique

Suites arithmétiques (utilisées pour des variations absolues)	Suite géométriques (utilisées pour des variations relatives (en %))
Définition : $u_{n+1} = u_n + r$ et un premier terme. r est la raison **Propriété :** $u_{n+1} - u_n = \text{Cte} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ **Terme général :** $u_n = u_0 + nr \quad \text{ou} \quad u_n = u_p + (n-p)r$ **Somme des termes :** $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n+1) \times \dfrac{u_0 + u_n}{2}$ D'une façon générale : $S_n = \text{Nbre de termes} \times \dfrac{\Sigma \text{ termes extrêmes}}{2}$	**Définition :** $u_{n+1} = q \times u_n$ et un premier terme. q est la raison **Propriété :** $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \text{Cte} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ **Terme général :** $u_n = u_0 \times q^n \quad \text{ou} \quad u_n = u_p \times q^{n-p}$ **Somme des termes :** $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1-q}$ $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \times \dfrac{1 - q^{n+1}}{1-q}$ D'une façon générale : $S_n = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \dfrac{1 - q^{\text{Nbre de termes}}}{1-q}$

6 Suite arithmético-géométrique

Ce sont les suites définies par la relation de récurrence : $u_{n+1} = au_n + b$ avec $a \neq 1$.

Pour étudier ces suites, il faut passer par une suite auxiliaire (v_n), définie par : $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$ qui est géométrique.

7 Convergence d'une suite

On dit qu'une suite (u_n) converge vers ℓ si et seulement si :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \ell$$

Une suite définie de façon explicite par $u_n = f(n)$ converge vers ℓ si :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ell$$

On dit qu'une suite (u_n) diverge vers $+\infty$ ou vers $-\infty$ si et seulement si :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty \quad \text{ou} \quad \lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$$

Un suite (u_n) peut diverger sans admettre de limite comme $u_n = (-1)^n$.

Une suite géométrique de raison q converge vers 0 si et seulement si :

$$-1 < q < 1 \quad \text{on a alors} \quad \lim_{n\to+\infty} q^n = 0$$

Une suite géométrique de raison q diverge vers $+\infty$ ou $-\infty$ si et seulement si :

$$q > 1 \quad \text{on a alors} \quad \lim_{n\to+\infty} q^n = +\infty$$

Une suite géométrique de raison $q = 1$ est une suite constante.

Une suite géométrique de raison q n'admet pas de limite si et seulement si : $q \leqslant -1$