

Surfaces et volumes de solide

Table des matières

1	Les polyedres	2
1.1	Définition	2
1.2	Représentation d'un polyedre	2
1.3	Le prisme droit	2
1.3.1	Définition	2
1.3.2	Exemples	3
1.3.3	Cas particulier : Parallélépipède rectangle ou pavé droit.	3
1.4	Pyramide	4
1.4.1	Définition	4
1.4.2	Exemple	4
1.4.3	cas particulier	4
2	Solides de révolution	5
2.1	Le cylindre	5
2.2	Le cône	5
2.3	La sphère	5

1 Les polyedres

1.1 Définition

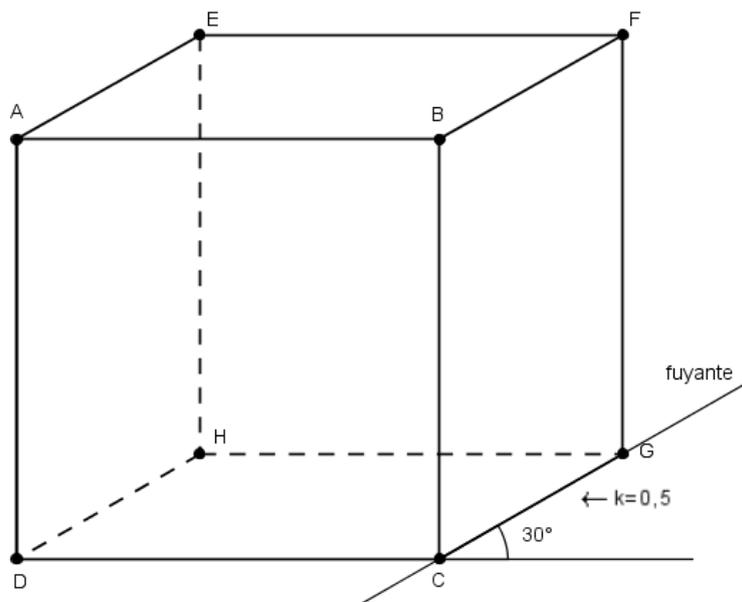
Définition 1 : Un solide est un corps indéformable.

Un polyedre est un solides qui possède plusieurs faces.
Le nombre de faces minimum est de 4 : le tetraedre.

1.2 Représentation d'un polyedre

On représente un polyedre grâce à la perspective cavlière. Pour cela, on prend un face et un observateur un peu de côté. À partir de cette face, on trace des fuyantes (entre 30° et 60°) et on prend un coefficient de réduction pour les distances dans cette direction (entre 0,5 et 0,7)

Exemple : représentation d'un cube avec un angle pour les fuyante de 30° et un coefficient de réduction de 0,5.



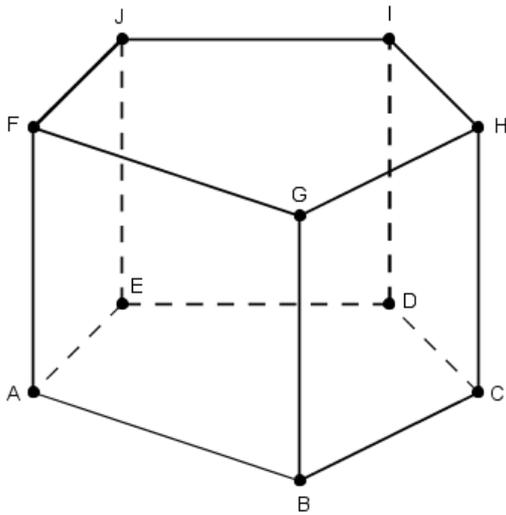
Remarque : Dans cette représentation les distances ne sont plus conservées ainsi que les angles. Par contre le parallélisme est conservé.

1.3 Le prisme droit

1.3.1 Définition

Définition 2 : Un prisme droit est un polyedre ayant pour bases 2 polygones isométriques parallèles dont les faces latérales sont des rectangles

1.3.2 Exemples



Si les bases ont n côtés alors le prisme droit a :

- ⇒ $n + 2$ faces
- ⇒ $2n$ sommets
- ⇒ $3n$ arêtes

Volume = Aire de la base \times hauteur

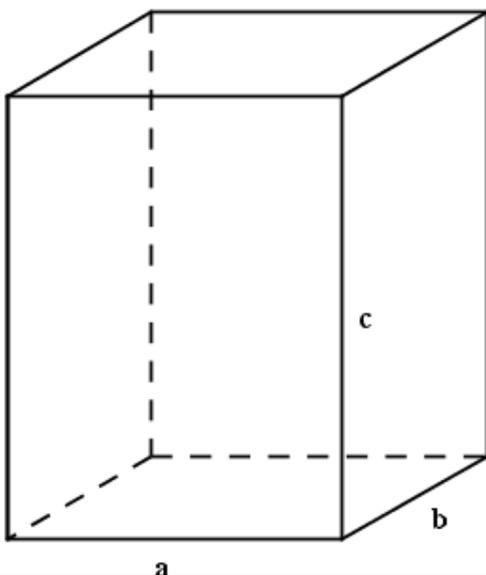
Surface = $2 \times$ Aire de la base
Fond et couvercle
 $+ \Sigma$ Aires des rectangles
Aire latérale

Prisme célèbre : Boîte de Toblerone



1.3.3 Cas particulier : Parallélépipède rectangle ou pavé droit.

Lorsque le prisme a pour base un rectangle, le prisme est un parallélépipède rectangle ou pavé droit.



Toutes les arêtes sont en angle droit.

Parallélépipède

Volume = abc

Surface = $2(ab + ac + bc)$

Cube : si $a = b = c$

Volume = a^3

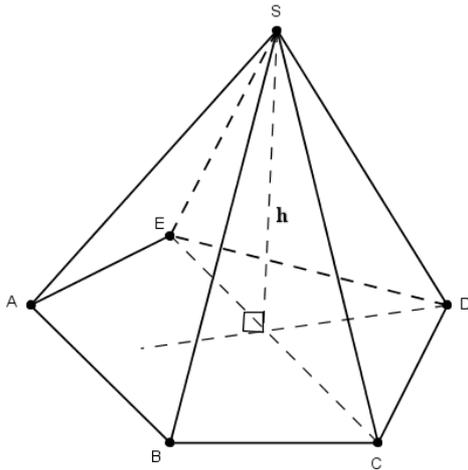
Surface = $6a^2$

1.4 Pyramide

1.4.1 Définition

Définition 3 : Une pyramide est un polyèdre dont les arêtes sont obtenues en joignant les sommets d'un polygone (base) à un point non situé dans le plan de ce polygone.

1.4.2 Exemple



Si la base a n côtés alors la pyramide

a :

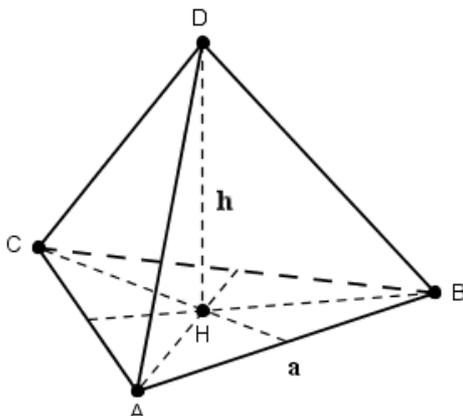
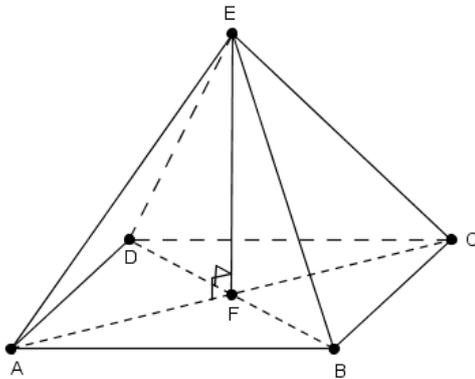
- ⇨ $n + 1$ faces
- ⇨ $n + 1$ sommets
- ⇨ $2n$ arêtes

$$\text{Volume} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$\text{Surface} = \underbrace{2 \times \text{Aire de la base}}_{\text{Fond}} + \underbrace{\sum \text{Aires des triangles}}_{\text{Aire latérale}}$$

1.4.3 cas particulier

La pyramide à base carré et le tétraèdre sont des cas particulier de pyramide.



Un tétraèdre régulier a 4 triangles équilatéraux comme faces.

$$\text{Hauteur} = \sqrt{\frac{2}{3}} a$$

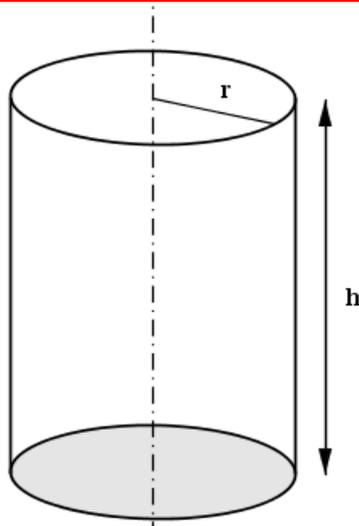
$$\text{Volume} = \frac{\sqrt{2} a^3}{12}$$

$$\text{Surface} = 4 \times \mathcal{A}_{ABC} = \sqrt{3} a^2$$

2 Solides de révolution

2.1 Le cylindre

Définition 4 : Un cylindre est obtenu par rotation d'une droite parallèle à l'axe de rotation

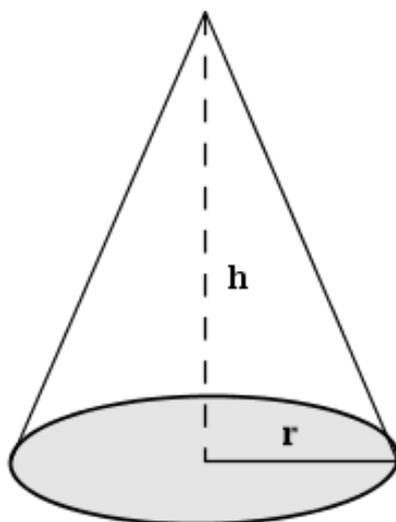


La droite qui engendre par rotation le cylindre s'appelle une génératrice

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \pi r^2 h \\ \text{Surface} &= \underbrace{2\pi r h}_{\text{latérale}} + \underbrace{2\pi r^2}_{\text{fond et couvercle}} \end{aligned}$$

2.2 Le cône

Définition 5 : Un cône est obtenu par rotation d'une droite sécante à l'axe de rotation

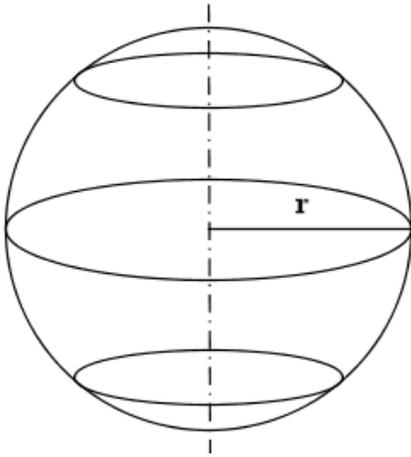


La droite qui engendre par rotation le cône s'appelle une génératrice

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{\pi r^2 h}{3} \\ \text{Surface} &= \underbrace{\pi r a}_{\text{latérale}} + \underbrace{\pi r^2}_{\text{fond}} \\ \text{avec } a &= \sqrt{r^2 + h^2} \end{aligned}$$

2.3 La sphère

Définition 6 : Une sphère est un ensemble de points de l'espace qui sont équidistants d'un centre.



$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Surface} = 4\pi r^2$$