

Contrôle de mathématiques

Du lundi 03 juin 2013

EXERCICE 1

Droites et plans

(8 points)

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(0; 4; 1)$, $B(1; 3; 0)$, $C(2; -1; -2)$ et $D(7; -1; 4)$.

- 1) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- 2) Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -1; 3)$.
 - a) Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC).
 - b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
 - c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
 - d) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite Δ et du plan (ABC).
- 3) Soit \mathcal{P}_1 le plan d'équation $x + y + z = 0$ et \mathcal{P}_2 le plan d'équation $x + 4y + 2z = 0$.
 - a) Démontrer que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.
 - b) Vérifier que la droite d , intersection des plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 , a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$
 - c) La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?

EXERCICE 2

Vrai - Faux

(4 points)

- 1) On considère les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 de représentations paramétriques suivantes :

$$\mathcal{D}_1 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \mathcal{D}_2 : \begin{cases} x = 8 + 5t' \\ y = 2 - 2t' \\ z = 6 + t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$$

Proposition 1 : Les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont coplanaires.

- 2) On considère les points $A(12; 7; -13)$ et $B(3; 1; 2)$ ainsi que le plan \mathcal{P} d'équation $3x + 2y - 5z = 1$

Proposition 2 : Le point B est le projeté orthogonal de A sur \mathcal{P} .

EXERCICE 3

Intersection d'un plan et d'un cube

(8 points)

On considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1. On se place dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

On a représenté en annexe, ce cube ainsi que les points I, J et K.

- 1) Déterminer les coordonnées des points I, J et K dans les repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AE})$.
- 2) a) Sur l'annexe, à rendre avec la copie, construire soigneusement l'intersection du plan (IJK) avec les faces du cube ABCDEFGH. On appellera M le point d'intersection du plan (IJK) avec l'arête [BF], le point N avec l'arête [DH] et le point L avec l'arête [CD].
On laissera apparent les traits de construction
- b) Expliquer clairement la construction du point M
- 3) On cherche à déterminer les coordonnées des points M, N et L
 - a) Prouver que $\vec{n}(8; 9; 5)$ est un vecteur normal au plan (IJK)
 - b) En déduire que le plan (IJK) a pour équation $8x + 9y + 5z - 11 = 0$
 - c) En déduire alors les coordonnées des points M, N et L

Annexe à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

