

# SÉANCE RÉVISION PROBA DU 6 AVRIL 2022

## EXERCICE 1

---

### Spam

Une entreprise reçoit quotidiennement de nombreux courriels.

Parmi ces courriels, 8 % sont des « spams ».

On choisit au hasard un courriel reçu par l'entreprise.

Les propriétés du logiciel de messagerie utilisé dans l'entreprise permettent d'affirmer que :

- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que c'est un spam est égale à 0,9.
- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que ce n'est pas un spam est égale à 0,01.

On note :

- S l'évènement « le courriel choisi est un spam » ;
- I l'évènement « le courriel choisi est classé comme indésirable par le logiciel de messagerie ».

- 1) Modéliser la situation étudiée par un arbre pondéré.
- 2) a) Démontrer que la probabilité que le courriel choisi soit un message de spam et qu'il soit classé indésirable est égale à 0,072.  
b) Calculer la probabilité que le message choisi soit classé indésirable.  
c) Le message choisi est classé comme indésirable. Quelle est la probabilité que ce soit effectivement un message de spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.
- 3) On choisit au hasard 50 courriels parmi ceux reçus par l'entreprise. On admet que ce choix se ramène à un tirage au hasard avec remise de 50 courriels parmi l'ensemble des courriels reçus par l'entreprise.  
On appelle  $Z$  la variable aléatoire dénombrant les courriels de spam parmi les 50 choisis.  
a) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire  $Z$ , et quels sont ses paramètres ?  
b) Quelle est la probabilité que, parmi les 50 courriels choisis, deux au moins soient du spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.

**EXERCICE 2****Effet de la Chytridiomycose sur une population de têtards**

Les résultats seront arrondis au millième lorsque cela est nécessaire.

Une des principales causes du déclin d'une espèce de crapaud en haute montagne est une maladie, la « Chytridiomycose », provoquée par un champignon.

Un chercheur considère que :

- Les trois quarts des lacs de montagne ne sont pas infectés par le champignon, c'est-à-dire qu'ils ne contiennent aucun têtard (larve du crapaud) contaminé.
- Dans les lacs restants, la probabilité qu'un têtard soit contaminé est de 0,74.
- Si le lac n'est pas infecté, les têtards ne peuvent être contaminés

Le chercheur choisit au hasard un lac, et y procède à des prélèvements.

Le chercheur prélève au hasard un têtard et effectue un test avant de le relâcher.

On note T l'évènement « Le têtard est contaminé par la maladie » et L l'évènement « Le lac est infecté par le champignon ».

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- 2) Déterminer la probabilité que le têtard prélevé soit contaminé.
- 3) Le têtard n'est pas contaminé. Quelle est la probabilité que le lac soit infecté ?

**EXERCICE 3****Test sur une maladie**

Dans un pays, une maladie touche la population avec une probabilité de 0,05.

On possède un test de dépistage de cette maladie.

On considère un échantillon de  $n$  personnes ( $n \geq 20$ ) prises au hasard dans la population assimilé à un tirage avec remise.

On teste l'échantillon suivant cette méthode : on mélange le sang de ces  $n$  individus, on teste le mélange.

Si le test est positif, on effectue une analyse individuelle de chaque personne.

Soit  $X_n$  la variable aléatoire qui donne le nombre d'analyses effectuées.

- 1) Déterminer les valeurs prises par  $X_n$ .
- 2) Déterminer  $p(X_n = 1)$ .  
Établir la loi de  $X_n$  en complétant le tableau suivant :

$x_i$	1	$n + 1$
$p(X_n = x_i)$		

- 3) Que représente l'espérance de  $X_n$  dans le cadre de l'expérience ?  
Déterminer  $E(X_n)$  en fonction de  $n$  puis donner la valeur de  $E(X_{24})$ .