Devoir à rendre pour le 07 janvier 2016

EXERCICE 1

Algorithme **(5 points)**

a et b sont deux naturels non nuls tels que $a > b$.

1) Démontrer que : $\text{pgcd}(a; b) = \text{pgcd}(a - b; b)$.
2) Calculer les pgcd des entiers suivants par cette méthode, répétée autant de fois que nécessaire :
   a) 308 et 165. b) 1 008 et 308. c) 735 et 210.
3) a) Recopier et compléter l'algorithme suivant correspondant à cette méthode.
   b) Expliquer la condition de la ligne 5.
   c) Rentrer cet algorithme dans votre calculatrice puis tester-le à l'aide des questions de la question 2).

```
Variables : a, b, c entiers
Entrées et initialisation
| Lire a, b
Traitement
| tant que a ≠ b faire
| | Donner à...... la valeur de |a − b|
| | Donner à...... la valeur de b
| | Donner à...... la valeur de c
| fin
Sorties : Afficher ......
```

EXERCICE 2

Nombres premiers entre eux **(2 points)**

Soit n un entier naturel. On pose $a = 2n$ et $b = 3n + 1$.
Montrer que a et b sont premiers entre eux si, et seulement si, n est pair.

EXERCICE 3

Équation diophantienne **(3 points)**

Soit l'équation (E) : $31x - 28y = 1$.

1) Sans calculer des solutions, pourquoi est-on sûr que l'équation (E) admet des solutions entières.
2) En remontant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation (E).
3) Déterminer tous les couples d'entiers relatifs $(x; y)$ solutions de l'équation (E)