

Contrôle de mathématiques

Jeudi 31 mars 2011

Exercice 1

Pondichery 2005 (10 points)

Pour tous les calculs de cet exercice, on arrondira au centime d'euro.

Pierre, nouveau diplômé, a deux propositions d'embauche dans deux entreprises différentes. Avant d'accepter une des deux propositions, il effectue une étude sur les salaires proposés par chacune des entreprises.

Partie 1

I. L'entreprise Boss lui propose pour un emploi commençant le 1^{er} janvier 2005, le contrat suivant : le salaire mensuel initial est de 1 180 € et augmente chaque 1^{er} janvier de 12 €.

On note u_0 ce salaire initial, u_1 le salaire au 1^{er} janvier 2006, u_2 le salaire au 1^{er} janvier 2007, u_n le salaire au 1^{er} janvier de l'année 2005 + n .

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.
- 3) a) Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
b) Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

II. L'entreprise Rapido lui propose, pour le même emploi commençant le 1^{er} janvier 2005, le contrat de travail suivant : le salaire mensuel initial est de 1027,50 € et augmente chaque 1^{er} janvier de 3,5 %.

On note v_0 ce salaire initial, v_1 le salaire au 1^{er} janvier 2006, v_2 le salaire au 1^{er} janvier 2007, v_n le salaire au 1^{er} janvier de l'année 2005 + n .

- 4) Calculer v_1 et v_2 .
- 5) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier votre réponse.
- 6) a) Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
b) Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

Partie 2

Avant d'effectuer son choix pour l'une ou l'autre des entreprises, Pierre veut comparer les montants successifs des salaires proposés.

Pour cela, il réalise un tableau à l'aide d'un tableur (tableau 1, annexe 1).

Ce tableau 1 consigne les résultats obtenus. Compléter toutes les cellules laissées vides de ce tableau de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

Partie 3

- 1) Comparer l'évolution des salaires mensuels dans chaque entreprise.
- 2) a) En quelle année, pour la première fois, le cumul des salaires de l'entreprise Rapido dépassera-t-il le cumul des salaires de l'entreprise Boss ?
 b) Comparer avec les résultats obtenus dans la question 1) (**partie 3**) et commenter.

Exercice 2

Asie 2004 (10 points)

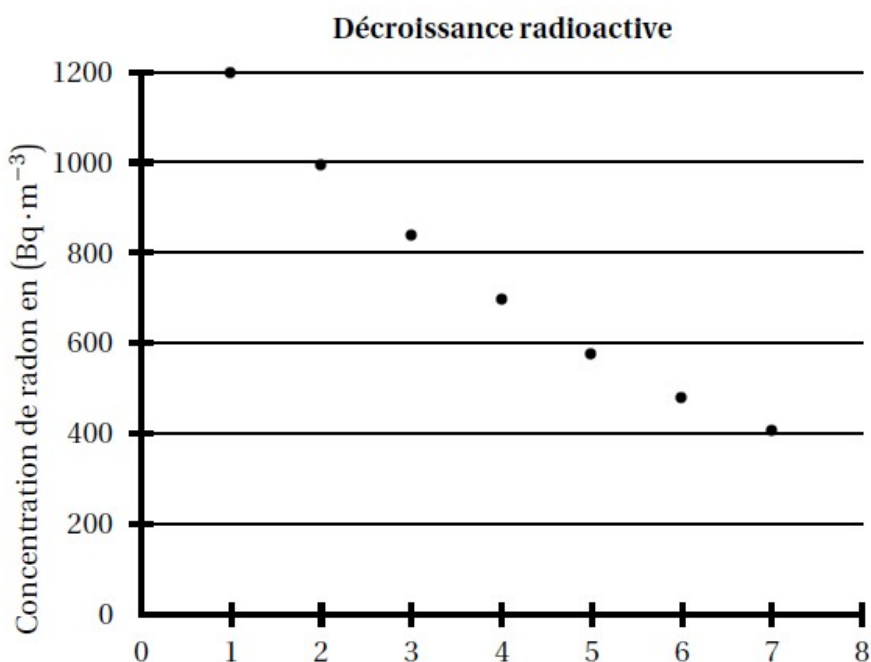
La principale source de radioactivité naturelle, à laquelle l'homme est exposé, est un gaz radioactif appelé le radon.

Il s'échappe des sous-sols volcaniques et granitiques ainsi que de certains matériaux de construction et stagne dans des endroits mal ventilés.

La concentration de radon à l'intérieur des habitations s'exprime en Becquerel par mètre cube ($\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$).

Partie A

Au cours d'une expérience, on a relevé chaque jour, en fin de journée, la concentration de radon. La représentation graphique indique les relevés pendant une semaine.



Par exemple, à la fin de la deuxième journée, la concentration en radon est d'environ $1\,000 \text{ (Bq} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$.

- 1) À l'aide de la représentation graphique :
 - a) Expliquer pourquoi dans cette situation, la décroissance n'est pas linéaire.
 - b) Déterminer la journée au cours de laquelle la concentration de radon devient inférieure à la moitié de celle relevée le premier jour.
- 2) Le tableau suivant présente les données numériques mesurées lors de l'expérience. Dans un tableur, on a saisi les données concernant la concentration du gaz radon. On a calculé le coefficient multiplicatif entre deux mesures consécutives.

Jour	Concentration de radon en $(\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3})$	Coefficient multiplicatif
1	1 200	
2	996	0,83
3	840	0,84
4	696	0,83
5	576	0,83
6	480	0,83
7	408	0,85

- Quel est le pourcentage d'évolution de la concentration de radon entre le jour 1 et le jour 2.
- Les données numériques permettent de choisir un modèle de décroissance exponentielle. Justifier ce choix.
- Quelle est, en pourcentage, la diminution de la concentration du radon durant la première semaine ?

Partie B

- À partir du jour 7, on suppose que la décroissance se poursuit avec 0,84 comme valeur du coefficient multiplicatif.
 - Quelle serait la concentration de radon le jour 8 ? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.
 - On modélise cette décroissance par une suite (u_n) , où u_n représente la concentration en radon au jour $n + 7$. On a alors $u_0 = 408$. De quel type de suite s'agit-il ? Justifier que $u_n = 408 \times (0,84)^n$.
- Le tableau ci-dessous est extrait d'un tableau :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	
2	u_n	408							
3									

Compléter le tableau à l'aide de votre calculatrice (les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche).

- Le Conseil Supérieur d'Hygiène Publique de France a émis un avis sur la nocivité de ce gaz dans les habitations : en dessous de $200 (\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3})$, il est considéré comme sans danger. Déterminer le jour à partir duquel la concentration de radon sera inférieure à $200 (\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3})$.

Nom :

Prénom :

Annexe 1

Tableau 1 concernant les salaires mensuels et le cumul des salaires en euros **dans l'entreprise Boss et dans l'entreprise Rapido**

n	A	B	C	D	E	F	G
	année	Salaire mensuel avec Boss	Salaire annuel avec Boss	Cumul des salaires avec Boss	Salaire mensuel avec Rapido	Salaire annuel avec Rapido	Cumul des salaires avec Rapido
0	2005	1 180,00	14 160,00	14 160,00	1 027,50	12 330,00	12 330,00
1	2006	1 192,00	14 304,00	28 464,00		12 761,55	25 091,55
2	2007	1 204,00	14 448,00		1 100,68	13 208,20	38 299,75
3	2008	1 216,00	14 592,00	57 504,00	1 139,21	13 670,49	51 970,25
4	2009	1 228,00	14 736,00	72 240,00	1 179,08	14 148,96	66 119,20
5	2010		14 880,00	87 120,00		14 644,17	80 763,38
6	2011	1 252,00	15 024,00	102 144,00	1 263,06	15 156,72	95 920,09
7	2012	1 264,00	15 168,00	117 312,00	1 307,27	15 687,20	111 607,30
8	2013	1 276,00	15 312,00	132 624,00	1 353,02	16 236,26	127 843,55
9	2014	1 288,00	15 456,00	148 080,00	1 400,38	16 804,52	144 648,08
10	2015	1 300,00	15 600,00		1 449,39	17 392,68	162 040,76
11	2016	1 312,00	15 744,00		1 500,12	18 001,43	180 042,19
12	2017	1 324,00	15 888,00	195 312,00	1 552,62	18 631,48	198 673,66