

Valeur de reprise et programmes d'entraînement

1 Valeur de reprise

Un industriel a acheté cher un fabricant, en 1999, une machine M neuve pour un prix de 45 000 €.

- 1) On appelle valeur de reprise le prix de rachat par le fabricant de la machine M usagé pour l'achat d'une nouvelle machine M neuve. Cette valeur de reprise diminue chaque année de 20 % de la valeur qu'elle avait l'année précédente.

On note R_n cette valeur de reprise, exprimée en euro, n années après l'achat de la machine neuve. On admet que, lorsque la machine vient d'être achetée, sa valeur de reprise est égale au prix d'achat. Ainsi, $R_0 = 45\,000$.

- a) Vérifier que $R_1 = 36\,000$.
- b) Donner l'expression de R_{n+1} en fonction de R_n .
- c) En déduire la nature de la suite (R_n) , puis exprimer R_n en fonction de n .
- 2) Chez le fabricant, le prix de vente de la machine M neuve, exprimé en euro, augmente de 1 000 € chaque année. On note P_n ce prix l'année 1999 + n .
 P_0 étant égal à 45 000, exprimer P_{n+1} en fonction de P_n , puis P_n en fonction de n .
- 3) Cinq ans se sont écoulés. On suppose que l'industriel projette d'acheter à nouveau une machine M neuve, identique à celle achetée en 1999, tout en revendant cette dernière au fabricant. Ces transactions s'effectuant dans les conditions des questions 1 et 2, quelle somme, en euro, l'industriel doit-il déboursier ?
- 4) On constate qu'après 10 années écoulées, l'industriel serait obligé de déboursier environ 50 168 € pour acheter une machine M neuve, dans les conditions des questions 1 et 2.
- a) Donner le détail des calculs aboutissant à ce résultat.
- b) Quel serait alors le pourcentage d'augmentation entre la dépense en 1999 et la dépense en 2009 ?
- 5) On décide d'utiliser un tableur pour savoir au bout de combien d'années la somme à déboursier par l'industriel pour une nouvelle machine M dépassera sa dépense de 1999, à savoir 45 000 €. Pour cela, on crée une feuille de calcul en adoptant la présentation suivante :

	A	B	C	D	E
1	Année	Nombre d'années écoulées	Prix de vente	Valeur de reprise	Somme à déboursée
2	1999	0	45 000	45 000	
3	2000	1		36 000	
4	2001	2			
5	2002	3			
6	2003	4			
7	2004	5			
8	2005	6			
9	2006	7			
10	2007	8			
11	2008	9			
12	2009	10			50 168
13					

- Recopier ce tableau dans excel
- Quelle est la formule à saisir en C3 avant de la recopier vers le bas ?
- Quelle est la formule à saisir en D3 avant de la recopier vers le bas ?
- Quelle est la formule à saisir en E3 avant de la recopier vers le bas ?
- Vérifier que c'est seulement au bout de 8 années écoulées que l'industriel devra déboursier plus de 45 000 €.

2 Programmes d'entraînement

Aline, Blondine et Caroline décident de reprendre l'entraînement à vélo chaque samedi pendant 15 semaines. À l'aide d'un tableur, chacune a établi son programme d'entraînement. Elles parcourent 20 km la première semaine et souhaitent effectuer ensemble une sortie la quinzième semaine.

L'annexe reproduit l'état final de la feuille de calcul utilisée. La valeur de certaines cellules a été masquée.

PARTIE A : Programme d'entraînement d'Aline

La distance parcourue par Aline chaque semaine est représentée sur le graphique de l'annexe et certaines distances figurent dans la colonne B du tableau. On note $U(n)$ la distance parcourue la n^{e} semaine. Ainsi $U(1) = 20$ et $U(15) = 118$.

- En utilisant des valeurs de la colonne B et le graphique
 - conjecturer la nature de la suite des nombres $U(n)$. (justifier la réponse donnée.)
 - Exprimer alors $U(n)$ en fonction de n pour tout entier n compris entre 1 et 15.
- Calculer la distance parcourue par Aline à la dixième semaine.
- Quelle formule, recopiable vers la droite, a-t-elle saisie dans les cellules B22 et B23 pour calculer la distance totale et la distance moyenne parcourues par chacune au cours des entraînements ?

Partie B : Programme d'entraînement de Blondine

Blondine parcourt 20 km la première semaine. Elle veut augmenter chaque semaine d'un même pourcentage la distance parcourue de telle sorte que la distance parcourue à la

quinzième semaine soit, à l'unité près, 118 km. Pour cela elle a testé différents pourcentages écrits dans la cellule C3.

- 1) Quelle formule a-t-elle saisie dans la cellule C7 puis recopiée vers le bas de C8 à C20, sachant que les résultats se sont actualisés automatiquement lorsqu'elle a modifié le pourcentage d'augmentation hebdomadaire ?
- 2) Les essais lui ont permis de trouver qu'une augmentation hebdomadaire de 13,5 % convient.
On note $V(n)$ la distance parcourue par Blondine la n^{e} semaine.
 - a) Quelle est la nature de la suite des nombres $V(n)$? (Justifier la réponse donnée).
 - b) Exprimer $V(n)$ en fonction de n , pour tout entier n compris entre 1 et 15.
 - c) Quelle distance Blondine parcourt-elle à la dixième semaine ?
- 3) Calculer le pourcentage d'augmentation de la distance parcourue entre la première et la quinzième semaine.

PARTIE C : Programme d'entraînement de Caroline

Caroline parcourt 20 km la première semaine. Pour calculer les distances parcourues les semaines suivantes, elle a saisi dans la cellule D7 la formule :

$$=D6*(1+D3)+D2$$

et l'a recopiée vers le bas de D8 à D20.

- 1) La valeur figurant dans la cellule D7 a été masquée. Quelle est cette valeur ?
- 2) Quelle est la formule contenue par la cellule D8 ?
- 3) On note $W(n)$ la distance parcourue par Caroline la n^{e} semaine.
La suite des nombres $W(n)$ est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ? Justifier les réponses.
- 4) Calculer la distance moyenne parcourue par Caroline au cours de ses entraînements.