

Contrôle de mathématiques

Jeudi 26 mai 2011

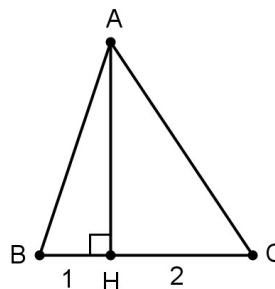
Exercice 1

Produit scalaire (2 points)

Déterminer les produits scalaires suivants correspondants à la figure ci-contre en rappelant le théorème utilisé.

1) $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$

2) $\vec{CA} \cdot \vec{BC}$



Exercice 2

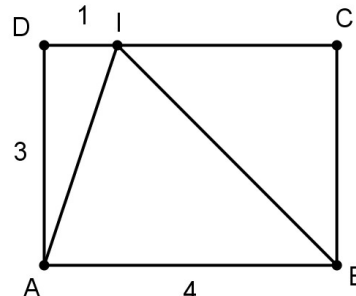
Règles de calcul (3 points)

Soit ABCD un rectangle, I est le point situé sur [DC] défini comme l'indique la figure ci-dessous.

1) Démontrer que :

$$(\vec{ID} + \vec{DA}) \cdot (\vec{IC} + \vec{CB}) = \vec{ID} \cdot \vec{IC} + DA^2$$

2) Déduisez-en que : $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = 6$ et $\cos \widehat{AIB} = \frac{1}{\sqrt{5}}$, en déduire alors une mesure approchée de \widehat{AIB} au degré près.



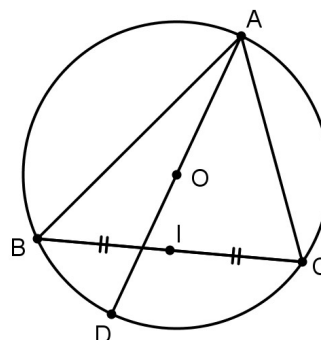
Exercice 3

Dans un cercle (3 points)

(C) est un cercle de centre O circonscrit au triangle ABC, I est le milieu de [BC] et [AD] est un diamètre de (C).

1) Démontrer que : $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = AB^2$ et $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = AC^2$

2) Déduisez-en que $AB^2 + AC^2 = 2\vec{AI} \cdot \vec{AD}$



Exercice 4

Orthogonalité (2 points)

A et B ont pour coordonnées respectives $(0; 1)$ et $(5; 4)$. M est un point de l'axe des abscisses donc $M(x; 0)$. Quels sont les réels x pour lesquels le triangle AMB est rectangle en M ?

Exercice 5

Ensemble de points (4 points)

A et B sont deux points tels que $AB = 6$. Soit I le milieu du segment $[AB]$. Déterminer puis tracer les ensembles de points suivants :

- 1) \mathcal{E}_1 ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$
- 2) \mathcal{E}_2 ensemble des points M tels que : $MA^2 - MB^2 = 0$
- 3) \mathcal{E}_3 ensemble des points M tels que : $MA^2 + MB^2 = 20$

Exercice 6

Mesures dans un triangle (3 points)

Soit un triangle ABC tel que : $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm et $\widehat{BAC} = 30^\circ$

- 1) Faire une figure à la règle et au compas
- 2) Démontrer la formule d'Al Kashi
- 3) Calculer alors la valeur exacte de BC et les valeurs approchées au degré près des angles \widehat{ACB} et \widehat{CBA} .

Exercice 7

Trigonométrie (3 points)

- 1) a et b sont deux réels de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tels que :

$$\cos a = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad \sin b = \frac{1}{2}$$

- a) Déterminer $\sin a$ et $\cos b$.
- b) Déduire $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.
- 2) a) Rappeler la formule de $\sin^2 x$ et $\cos^2 x$ en fonction de $\cos 2x$ puis calculer les valeurs exactes de :

$$\sin \frac{\pi}{8} \quad \text{et} \quad \cos \frac{\pi}{8}$$

- b) En déduire les valeurs exactes de :

$$\sin \frac{3\pi}{8} \quad \text{et} \quad \cos \frac{3\pi}{8}$$