

Correction contrôle de mathématiques

Du mercredi 21 septembre 2016

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes :

(4 points)

1) $2x - 3(x + 1) = \frac{1 - 3x}{2}$ on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 2) \quad 4x - 6x - 6 &= 1 - 3x \\ 4x - 6x + 3x &= 1 + 6 \\ x = 7 \quad S &= \{7\} \end{aligned}$$

2) $\frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} = 1 - \frac{7x-12}{6}$ on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 6) \quad 3(x+3) - 2(4x-3) &= 6 - 7x + 12 \\ 3x + 9 - 8x + 6 &= 6 - 7x + 12 \\ 3x - 8x + 7x &= -9 + 12 \\ 2x = 3 &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \quad S = \left\{ \frac{3}{2} \right\} \end{aligned}$$

3) $(2x+3)(x+5) - (2x-7)(x-1) = 0$ on a alors :

$$\begin{aligned} 2x^2 + 10x + 3x + 15 - 2x^2 + 2x + 7x - 7 &= 0 \\ 10x + 3x + 2x + 7x &= -15 + 7 \\ 22x = -8 &\Leftrightarrow x = -\frac{4}{11} \quad S = \left\{ -\frac{4}{11} \right\} \end{aligned}$$

4) $\frac{2x-3}{4} + \frac{x-1}{6} = \frac{2x-5}{3}$ on a alors :

$$\begin{aligned} (\times 12) \quad 3(2x-3) + 2(x-1) &= 4(2x-5) \\ 6x - 9 + 2x - 2 &= 8x - 20 \\ 6x + 2x - 8x &= 9 + 2 - 20 \\ 0x = -9 &\text{ impossible} \quad S = \emptyset \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

1) $5x^2 = 7x$ on factorise :

$$5x^2 - 7x = 0 \Leftrightarrow x(5x - 7) = 0 \quad S = \left\{ 0; \frac{7}{5} \right\}$$

2) $(3x-4)(x-2) - (6x-8)(x-3) = 0$ on factorise :

$$\begin{aligned} (3x-4)(x-2) - 2(3x-4)(x-3) &= 0 \\ (3x-4)(x-2-2x+6) &= 0 \\ (3x-4)(-x+4) &= 0 \quad S = \left\{ \frac{4}{3}; 4 \right\} \end{aligned}$$

3) $(2x - 5)^2 = 49$ égalité de deux carrés :

$$2x - 5 = 7 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6 \quad \text{ou} \quad 2x - 5 = -7 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$$

$$S = \{-1 ; 6\}$$

4) $4(2x - 5)^2 - (3x - 2)^2 = 0$ on factorise :

$$\begin{aligned} [2(2x - 5)]^2 - (3x - 2)^2 &= 0 \\ (4x - 10 - 3x + 2)(4x - 10 + 3x - 2) &= 0 \\ (x - 8)(7x - 12) &= 0 \end{aligned} \quad S = \left\{ \frac{12}{7} ; 8 \right\}$$

5) $49x^2 - 28x + 4 = 0 \Leftrightarrow (7x - 2)^2 = 0 \quad S = \left\{ \frac{2}{7} \right\}$

EXERCICE 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

1) $\frac{3}{5x+1} = \frac{5}{2} \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$

$$x \in D_f, \quad 5(5x+1) = 6$$

$$25x + 5 = 6$$

$$25x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{25} \in D_f \quad S = \left\{ \frac{1}{25} \right\}$$

2) $\frac{2x-7}{2x-3} - 1 = \frac{2}{x-1} \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ 1 ; \frac{3}{2} \right\}$

$$x \in D_f, \text{ on multiplie par : } (2x-3)(x-1)$$

$$(2x-7)(x-1) - (2x-3)(x-1) = 2(2x-3)$$

$$2x^2 - 2x - 7x + 7 - 2x^2 + 2x + 3x - 3 = 4x - 6$$

$$-2x - 7x + 2x + 3x - 4x = -7 + 3 - 6$$

$$-8x = -10 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \in D_f \quad S = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

3) $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = 0 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-3 ; -2 ; -1\}$

$$x \in D_f, \text{ on multiplie par : } (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$(x+3) + (x+1) = 0$$

$$2x + 4 = 0$$

$$2x = -4 \Leftrightarrow x = -2 \notin D_f \quad S = \emptyset$$

EXERCICE 4

Résoudre les inéquations suivantes :

(5 points)

1) $2(3x - 1) < 7(x - 2)$ on a alors :

$$6x - 2 < 7x - 14$$

$$6x - 7x < 2 - 14$$

$$-x < -12 \Leftrightarrow x > 12 \quad S =]12; +\infty[$$

2) $3x - 1 < x(x + 3) \Leftrightarrow 3x - 1 < x^2 - 3x \Leftrightarrow x^2 > -1$ toujours vrai $S = \mathbb{R}$

3) $(2 - x)(3x + 7) \geq 4 - x^2$ on factorise, puis on fait un tableau de signes :

$$(2 - x)(3x + 7) \geq (2 - x)(2 + x)$$

$$(2 - x)(3x + 7) - (2 - x)(2 + x) \geq 0$$

$$(2 - x)(3x + 7 - 2 - x) \geq 0$$

$$(2 - x)(2x + 5) \geq 0$$

Valeurs frontières : $x = 2$ et $x = -\frac{5}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	2	$+\infty$
$2 - x$	+	+	0	-
$2x + 5$	-	0	+	+
$(2-x)(2x+5)$	-	0	+	0

$$S = \left[-\frac{5}{2}; 2\right]$$

4) $\frac{3}{1-3x} \geq \frac{2}{1-2x}$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

$$\frac{3}{1-3x} - \frac{2}{1-2x} \geq 0$$

$$\frac{3-6x-2+6x}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$$

$$\frac{1}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$$

Valeurs frontières : $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{1}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$1 - 3x$	+	0	-	-
$1 - 2x$	+	+	0	-
$\frac{1}{(1-3x)(1-2x)}$	+	-	+	-

$$S =]-\infty; \frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$$

5) $\frac{2x+5}{1+2x} < \frac{1-2x}{5-2x}$ $D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$

$$\frac{2x+5}{1+2x} - \frac{1-2x}{5-2x} < 0$$

$$\frac{(2x+5)(5-2x) - (1-2x)(1+2x)}{(1+2x)(5-2x)} < 0$$

$$\frac{25 - 4x^2 - (1 - 4x^2)}{(1+2x)(5-2x)} < 0$$

$$\frac{24}{(1+2x)(5-2x)} < 0$$

Valeurs frontières : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = \frac{5}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$1 + 2x$		-	0	+
$5 - 2x$		+	+	0
$\frac{21}{(1 + 2x)(5 - 2x)}$		-	+	-

$$S =]-\infty ; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{5}{2} ; +\infty[$$

EXERCICE 5

Partage.

(1 points)

Soit x la part de la première personne. On a :

$$x + (x + 3) + (x + 6) + (x + 9) + (x + 12) = 90$$

$$5x + 30 = 90$$

$$x = \frac{60}{5} = 12$$

Conclusion : Les parts des 5 personnes sont : 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24

EXERCICE 6

Erreurs sur une copie

(2 points)

- Erreur 1 : Dans l'ensemble de définition, il faut exclure 1 et non -1
- Erreur 2 : lorsque l'on réduit au même dénominateur, erreur de signe :

$$\frac{10x^2 + 5x - 10x + 10x^2}{(1 - x)(2x + 1)}$$

- Erreur 3 : Dans le tableau de signes, la valeur frontière correspondant à $-5x = 0$ est $x = 0$ et non $x = 5$.
- Erreur 4 : Dans le tableau de signes, pour la première ligne correspondant à $(1 - x)$ erreur de signes. On a d'abord $+$ puis $-$.
- Erreur 5 : Dans le tableau de signes, la double barre est mal placée. Il faut mettre deux double barres en $-\frac{1}{2}$ et en 1.
- Erreur 6 : Par rapport au tableau de signes, la conclusion n'est pas la bonne. On devrait conclure $x \in \left[-\frac{1}{2} ; 1\right] \cup]5 ; +\infty[$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	5	$+\infty$
$1 - x$		-	-	0	+
$2x + 1$		-	0	+	+
$-5x$		+	+	+	0
Quotient		+		-	
				+	0
					-