

# Contrôle de mathématiques

Mercredi 10 mai 2017

## EXERCICE 1

### Produit scalaire

(3 points)

On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Soient les points  $A(-2; 3)$ ,  $B(1; -4)$ ,  $C(0; 2)$ .

- 1) Faire une figure en prenant comme unité 1 cm.
- 2) Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
- 3) En déduire la mesure en degré de l'angle  $\widehat{ABC}$  au centième près.

## EXERCICE 2

### Étude d'une courbe

(5 points)

On donne la représentation  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  sur l'annexe 1.

À partir de cette représentation, répondre aux questions suivantes :

- 1) Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ .
- 2) Déterminer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- 3) Donner les limites à droite et à gauche en  $x = -2$  et  $x = 1$ .
- 4) La fonction  $f$  admet-elle une limite en 1 ? Pourquoi ?
- 5) Quelle est la position de la courbe  $\mathcal{C}_f$  par rapport à la droite  $y = -5$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  et  $-\infty$  ?
- 6) Quelle est la concavité de  $\mathcal{C}_f$  suivant les valeurs de  $x$  ?

## EXERCICE 3

### Calculs de limites

(5 points)

Déterminer les limites suivantes en détaillant les calculs et en précisant la méthode de calcul.

1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$  avec  $f_1(x) = -x^3 - 2x^2 + 5$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x)$  avec  $f_2(x) = \frac{2x+7}{1-x}$

3) Déterminer le signe de  $x^2 + x - 2$  suivant les valeurs de  $x$ .

En déduire les limites :  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f_3(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f_3(x)$  avec  $f_3(x) = \frac{-5x^2 + 4x - 8}{x^2 + x - 2}$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_4(x)$  avec  $f_4(x) = \frac{3x^2 - 5x + 1}{1 - 2x}$

## EXERCICE 4

### Étude d'une fonction

**(7 points)**

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

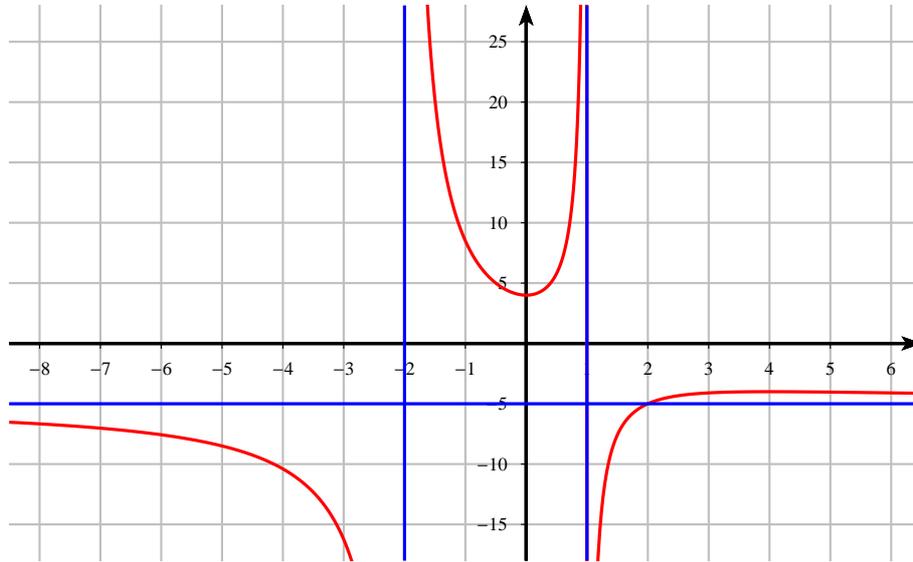
On appelle  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

- 1) Déterminer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .  
Quelle est la conséquence graphique ?
- 2) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^2}$ .  
b) Déterminer les solutions de l'équation  $f'(x) = 0$ . En déduire le signe de  $f'(x)$ .  
c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .  
On donnera la valeur des extremum à  $10^{-2}$  près.
- 3) a) Déterminer l'équation de la tangente  $(T_1)$  à  $\mathcal{C}_f$  en  $x = 1$   
b) La tangente  $(T_1)$  coupe la courbe  $\mathcal{C}_f$  en un autre point I. Déterminer les coordonnées du point I.
- 4) Tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$  ainsi que la tangente  $(T_1)$  sur l'annexe 2 à rendre avec la copie.  
On fera figurer les extremum de la fonction  $f$  ainsi que les tangentes horizontales.
- 5) Déterminer suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$ .

Nom :

Prénom :

**Annexe 1**  
(À rendre avec la copie)



**Annexe 2**  
(À rendre avec la copie)

