

# Correction contrôle de mathématiques

## Du lundi 25 septembre 2017

### EXERCICE 1

---

Résoudre les équations suivantes :

(4 points)

1)  $\frac{2x}{3} + 2(x-1) = \frac{x+3}{6}$ , on a alors :

$$(\times 6) \quad 4x + 12(x-1) = x + 3$$

$$4x + 12x - 12 = x + 3$$

$$4x + 12x - x = 12 + 3$$

$$15x = 15 \Leftrightarrow x = 1 \quad S = \{1\}$$

2)  $\frac{5x+3}{7} + \frac{3-4x}{3} = 1$ , on a alors :

$$(\times 21) \quad 3(5x+3) + 7(3-4x) = 21$$

$$15x + 9 + 21 - 28x = 21$$

$$15x - 28x = -9 - 21 + 21$$

$$-13x = -9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{13} \quad S = \left\{ \frac{9}{13} \right\}$$

3)  $(x-1)(3x+4) + (3x-1)(2-x) = 0$ , 1<sup>er</sup> degré, on développe

$$3x^2 + 4x - 3x - 4 + 6x - 3x^2 - 2 + x = 0$$

$$4x - 3x + 6x + x = 4 + 2$$

$$8x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \quad S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

4)  $\frac{x+3}{3} - \frac{4x-3}{5} = 1 - \frac{7x-9}{15}$ , on a alors :

$$(\times 15) \quad 5(x+3) - 3(4x-3) = 15 - 7x + 9$$

$$5x + 15 - 12x + 9 = 15 - 7x + 9$$

$$5x - 12x + 7x = -15 + 15 - 9 + 9$$

$$0x = 0 \text{ toujours vrai} \quad S = \emptyset$$

### EXERCICE 2

---

Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

1)  $(x+1)(4x-1) - 2(3x+2)(x+1) = 0$ , on factorise :

$$(x+1)(4x-1-6x-4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(-2x-5) = 0 \quad S = \left\{ -\frac{5}{2}; -1 \right\}$$

2)  $9x^2 - 4 = (3x-2)(7x+1)$ , différence de deux carrés puis factorisation

$$(3x-2)(3x+2) - (3x-2)(7x+1) \Leftrightarrow (3x-2)(3x+2-7x-1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(3x-2)(-4x+1) = 0 \quad S = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{2}{3} \right\}$$

3)  $4(x+1)^2 = 9$ , égalité de deux carrés

$$[2(x+1)]^2 = 3^2 \Leftrightarrow 2x+2 = 3 \text{ ou } 2x+2 = -3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

4)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$ , carré parfait

$$(2x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \quad S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

5)  $9(x+1)^2 = (5x+2)^2$ , égalité de deux carrés

$$[3(x+1)]^2 = (5x+2)^2 \Leftrightarrow 3x+3 = 5x+2 \text{ ou } 3x+3 = -5x-2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{5}{8}$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{8}; \frac{1}{2} \right\}$$

### EXERCICE 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

1)  $\frac{4}{x+1} = \frac{x+1}{9} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$x \in D_f$ , produit en croix

$$(x+1)^2 = 36 \quad \text{égalité de deux carrés}$$

$$x+1 = 6 \text{ ou } x+1 = -6 \Leftrightarrow x = 5 \in D_f \text{ ou } x = -7 \in D_f$$

$$S = \{-7; 5\}$$

2)  $\frac{2}{x+2} = \frac{3}{x-3} + 2 \quad D_f = \mathbb{R} - \{-2; 3\}$

$x \in D_f$ , on multiplie par  $(x+2)(x-3)$

$$2(x-3) = 3(x+2) + 2(x+2)(x-3)$$

$$2x-6 = 3x+6-2x^2-6x+4x-12$$

$$2x^2-x=0 \Leftrightarrow x(2x-1)=0 \Leftrightarrow x=0 \in D_f \text{ ou } x=\frac{1}{2} \in D_f$$

$$S = \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\}$$

3)  $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x(x+1)} = \frac{4}{x} \quad D_f = \mathbb{R}^* - \{-1\}$

$x \in D_f$ , on multiplie par  $x^2(x+1)$

$$(x+1) + 3x = 4x(x+1)$$

$$x+1+3x = 4x^2+4x$$

$$4x^2 = 1 \quad \text{égalité de deux carrés}$$

$$2x = 1 \text{ ou } 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in D_f \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \in D_f$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

**EXERCICE 4****Résoudre les inéquations suivantes :****(4,5 points)**

$$1) 2(3x - 1) - 7(5x + 1) > 3(2x - 3) \Leftrightarrow 6x - 2 - 35x - 7 > 6x - 9 \Leftrightarrow -35x > 0 \\ \Leftrightarrow x < 0 \quad S = ] - \infty ; 0[$$

$$2) (2x + 1)(3 - x) \leq 0$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = -\frac{1}{2} \text{ et } x = 3$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$3$	$+\infty$	
$2x + 1$	-	0	+	+	
$3 - x$	+	+	0	-	
$(2x+1)(3-x)$	-	0	+	0	-

$$S = ] - \infty ; -\frac{1}{2} ] \cup [ 3 ; +\infty [$$

$$3) (x + 2)^2 - (x + 2)(2x - 5) \geq 0 \text{ on factorise, puis on fait un tableau de signes :}$$

$$(x + 2)(x + 2 - 2x + 5) \geq 0$$

$$(x + 2)(7 - x) \geq 0$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = -2 \text{ et } x = 7$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$7$	$+\infty$	
$x + 2$	-	0	+	+	
$7 - x$	+	+	0	-	
$(x+2)(7-x)$	-	0	+	0	-

$$S = [-2 ; 7]$$

$$4) \frac{2}{2-3x} \geq \frac{3}{1-x} \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{3} ; 1 \right\}$$

$$\frac{2}{2-3x} - \frac{3}{1-x} \geq 0$$

$$\frac{2(1-x) - 3(2-3x)}{(2-3x)(1-x)} \geq 0$$

$$\frac{7x-4}{(2-3x)(1-x)} \geq 0$$

$$\text{Valeurs frontières : } x = \frac{4}{7}, \quad x = \frac{2}{3} \text{ et } x = 1$$

$x$	$-\infty$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3}$	$1$	$+\infty$
$7x - 4$	-	0	+	+	+
$2 - 3x$	+	+	0	-	-
$1 - x$	+	+	+	0	-
$\frac{7x-4}{(2-3x)(1-x)}$	-	0	+	-	+

$$S = \left[ \frac{4}{7} ; \frac{2}{3} \right[ \cup ] 1 ; +\infty [$$

**EXERCICE 5****Nombre de cailloux****(1 point)**Soit  $x$  le nombre de cailloux dans le troisième tas.

Comme il y a 150 cailloux en tout, on a :

$$(x + 30) + (x - 6) + x = 150 \Leftrightarrow 3x = 150 - 30 + 6 \Leftrightarrow x = \frac{126}{3} = 42$$

Il y a donc  $42 + 30 = 72$  cailloux dans le premier tas,  $42 - 6 = 36$  cailloux dans le second et 42 cailloux dans le troisième.**EXERCICE 6****Vrai-Faux****(2,5 points)**

- 1) **Proposition Fausse.** On peut penser que l'on a effectué un produit en croix qui est impossible avec une inéquation.

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1 ; 2\}, \quad \frac{5}{x+1} - \frac{2}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5(x-2) - 2(x+1)}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

$$\frac{3x-12}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3(x-4)}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

Valeurs frontières :  $x = 4$  ,  $x = -1$  et  $x = 2$ 

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$4$	$+\infty$
$3(x-4)$	-	-	-	0	+
$x+1$	-	0	+	+	+
$x-2$	-	-	0	+	+
$\frac{3(x-4)}{(x+1)(x-2)}$	-	+	-	0	+

$$S = ]-\infty ; -1[ \cup ]2 ; 4]$$

- 2) **Proposition vraie.** Un carré est positif si le nombre  $n$ 'est pas nul.

$$(x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

$$\text{Donc } S = \mathbb{R} - \{2\}$$