Correction contrôle de mathématiques
Du lundi 24 septembre 2018

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes : (4 points)

1) $18x + 12(x-2) - 5(x-5) = 201$, on a alors :

$$18x + 12x - 24 - 5x + 25 = 201$$
$$18x + 12x - 5x = 24 - 25 + 201$$
$$25x = 200 \Leftrightarrow x = 8 \Leftrightarrow S = \{8\}$$

2) $(2x+5)(3-x) - 2(x+7)(2-x) = 3$, 1er degré, on développe

$$6x - \cancel{2x^2} + 15 - 5x - 4x + \cancel{2x^2} - 28 + 14x = 3$$
$$6x - 5x - 4x + 14x = -15 + 28 + 3$$
$$11x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16}{11} \Leftrightarrow S = \left\{\frac{16}{11}\right\}$$

3) $\dfrac{2x}{9} + 5 = \dfrac{-4x+1}{3}$, on a alors :

$$(\times 9) \quad 2x + 45 = -12x + 3$$
$$2x + 12x = -45 + 3$$
$$14x = -42 \Leftrightarrow x = -3 \Leftrightarrow S = \{-3\}$$

4) $\dfrac{6x+1}{9} - \dfrac{4x+1}{12} = 1 + \dfrac{x-1}{3}$, on a alors :

$$(\times 36) \quad 24x + 4 - 12x - 3 = 36 + 12x - 12$$
$$24x - 12x - 12x = -4 + 3 + 36 - 12$$
$$0x = 23 \text{ impossible} \Leftrightarrow S = \varnothing$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes : (5 points)

1) $(2x+1)(x-3) - (x-3)^2 = 0$, on factorise :

$$(x-3)(2x+1-x+3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+4) = 0 \Leftrightarrow S = \{-4\,;\,3\}$$

2) $(3x-4)(x-2) = (8-6x)(x-3) \Leftrightarrow (3x-4)(x-2) - (8-6x)(x-3) = 0 \Leftrightarrow$

$(3x-4)(x-2) + 2(3x-4)(x-3) = 0 \overset{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow} (3x-4)(x-2+2x-6) = 0 \Leftrightarrow$

$(3x-4)(3x-8) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{\dfrac{4}{3}\,;\,\dfrac{8}{3}\right\}$

3) $(3x-1)(4x+3) = 9x^2 - 1 \Leftrightarrow (3x-1)(4x+3) - (3x-1)(3x+1) = 0 \overset{\text{factorisation}}{\Leftrightarrow}$

$(3x-1)(4x+3-3x-1) = 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow S = \left\{-2\,;\,\dfrac{1}{3}\right\}$

4) $4x^2 = (x+1)^2$, égalité de deux carrés

$$2x = x + 1 \text{ ou } 2x = -x - 1 \iff x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{3} \iff S = \left\{-\frac{1}{3} ; 1\right\}$$

5) $(2x-3)(x-1)^2 = 4(2x-3) \iff (2x-3)(x-1)^2 - 4(2x-3) = 0 \overset{\text{factorisation}}{\iff}$

$(2x-3)\left[(x-1)^2 - 4\right] = 0 \iff (2x-3)(x-1-2)(x-1+2) = 0 \iff$

$(2x-3)(x-3)(x+1) = 0 \iff S = \left\{-1 ; \frac{3}{2} ; 3\right\}$

Exercice 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes : (3 points)

On pensera à l'ensemble de définition.

1) $\dfrac{5x}{x+2} = \dfrac{3}{4}$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

$x \in D_f$, produit en croix

$$20x = 3x + 6 \iff 17x = 6 \iff x = \frac{6}{17} \in D_f \iff S = \left\{\frac{6}{17}\right\}$$

2) $\dfrac{1}{x-2} + 2 = \dfrac{2x}{x+4}$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{-4 ; 2\}$

$x \in D_f$, On multiplie par $(x-2)(x+4)$

$$x + 4 + 2(x-2)(x+4) = 2x(x-2) \iff x + 4 + \cancel{2x^2} + 8x \cancel{-4x} - 16 = \cancel{2x^2} \cancel{-4x}$$

$$9x = 12 \iff x = \frac{4}{3} \in D_f \iff S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$$

3) $\dfrac{x^2-2}{(x-1)(x-2)} = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x-2}$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{1 ; 2\}$

$x \in D_f$, On multiplie par $(x-1)(x-2)$

$$x^2 - 2 = x - 2 - x + 1 \iff x^2 = 1 \iff x = 1 \notin D_f \text{ ou } x = -1 \in D_f \iff S = \{-1\}$$

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes : (4,5 points)

On donnera la solution sous forme d'intervalle.

1) $\dfrac{x-2}{3} - \dfrac{1-x}{2} \geqslant 0 \overset{\times 6}{\iff} 2x - 4 - 3 + 3x \geqslant 0 \iff 5x \geqslant 7 \iff x \geqslant \dfrac{7}{5} \iff S = \left[\dfrac{7}{5} ; +\infty\right[$

2) $\dfrac{x+3}{2x-1} \leqslant 1$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

$x \in D_f$, $\quad \dfrac{x+3}{2x-1} - 1 \leqslant 0 \iff \dfrac{x + 3 - 2x + 1}{2x-1} \leqslant 0 \iff \dfrac{-x+4}{2x-1}$

Valeurs frontières : $x = 4$ et $x = \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		4		$+\infty$
$-x+4$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{-x+4}{2x-1}$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

$$S = \left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right[\ \cup\ [4\,;+\infty[$$

3) $(3x+1)(4x+2) \geqslant (3x+1)(6x+2) \quad\Leftrightarrow\quad (3x+1)(4x+2-6x-2) \geqslant 0 \quad\Leftrightarrow\quad -2x(3x+1) \geqslant 0$

Valeurs frontières : $x = 0$ et $x = -\dfrac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		0		$+\infty$
$-2x$		$+$		$+$	0	$-$	
$3x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x(3-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S = \left[-\frac{1}{3}\,;\ 0\right]$$

4) $\dfrac{x+2}{x^2-1} > \dfrac{3}{x+1} \quad\Leftrightarrow\quad \dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)} > \dfrac{3}{x+1} \qquad D_f = \mathbb{R} - \{-1\,;\ 1\}$

$x \in D_f,\quad \dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)} - \dfrac{3}{x+1} > 0 \quad\Leftrightarrow\quad \dfrac{x+2-3x+3}{(x-1)(x+1)} > 0 \quad\Leftrightarrow\quad \dfrac{-2x+5}{(x-1)(x+1)} > 0$

Valeurs frontières : $x = \dfrac{5}{2}$, $x = 1$ et $x = -1$

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$-2x+5$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\dfrac{-2x+5}{(x-1)(x+1)}$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	0	$+$	

$$S =]-\infty\,;-1[\ \cup \left]1\,;\ \frac{5}{2}\right[$$

Exercice 5

Entiers **(1 point)**

Soit n, $(n+1)$ et $(n+2)$ les trois entiers consécutifs.

$(n+2)^2 - n(n+1) = 715 \quad\Leftrightarrow\quad \cancel{n^2} + 4n + 4 - \cancel{n^2} - n = 715 \quad\Leftrightarrow\quad 3n = 711 \quad\Leftrightarrow\quad n = 237$

Les trois entiers sont donc 237, 238 et 239.

Exercice 6

Vrai-Faux **(2,5 points)**

1) $\dfrac{x^2-x}{x-1} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x(x-1) = 0$: **Faux**

La valeur 1 est une valeur interdite dans la première expression et donc ne peut être solution dans la deuxième expression comme c'est le cas ici.

On aurait du écrire : $\dfrac{x^2-x}{x-1} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad x \in \mathbb{R} - \{1\},\ \ x(x-1) = 0$

2) $x^2 > 3 \quad \Leftrightarrow \quad x > \sqrt{3}$ ou $x < -\sqrt{3}$: **Vrai**

$x^2 > 3 \quad \Leftrightarrow \quad (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0$

Valeurs frontières : $x = \sqrt{3}$ et $x = -\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$x - \sqrt{3}$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + \sqrt{3}$		$-$	0	$+$		$+$	
$x^2 - 3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x < -\sqrt{3}$ ou $x > \sqrt{3}$