Suites numériques : problèmes

EXERCICE 1

Rebonds d'une balle

Une balle est lâchée d'une hauteur de 3 mètres au-dessus du sol. Elle touche le sol et rebondit. À chaque rebond, la balle perd 25 % de sa hauteur précédente.
On modélise la hauteur de la balle par une suite (h_n) où h_n désigne la hauteur maximale de la balle, en mètres, après le n-ième rebond. On a donc $h_0 = 3$.

1) Calculer h_1 et h_2.
2) La suite (h_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
3) Donner, en vous justifiant, la nature de la suite (h_n) en précisant ses éléments caractéristiques.
4) Déterminer la hauteur, arrondie au cm, de la balle après 6 rebonds.
5) La fonction "seuil" est définie ci-contre en Python .

   Recopier et compléter cet algorithme pour que cette fonction renvoie le nombre de rebonds à partir duquel la hauteur maximale de la balle sera inférieure ou égale à 10 centimètres.

```
def seuil():
    h=3
    n=0
    while ......:
        h = ......
        n=n+1
    return n
```

EXERCICE 2

Voyage en vélo

Aurélien décide de faire, à vélo, Paris Stockholm d'une distance de 2 000 km. Il décide d'y aller progressivement. Le premier jour il parcourt 20 km et il décide de parcourir ensuite 5 km de plus que le jour précédent.
Pour déterminer le nombre de jours nécessaires à Aurélien, on utilise deux méthodes : une méthode algorithmique et une méthode algébrique.

Partie A : méthode algorithmique

On donne le programme incomplet ci-contre.

1) Recopier puis compléter cet algorithme en langage Python pour qu'il donne le résultat souhaité.
2) Rentrer cet algorithme dans votre calculatrice et donner le résultat.

```
n=1
u=20
s =...
while ... ...:
    n =...
    u =...
    s =...
print(...)
```

Partie B : méthode algébrique

On appelle (u_n) la suite qui au jour n associe le nombre de km u_n effectué par Aurélien. On a alors $u_1 = 20$.

1) Montrer que le suite (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison r.

2) Montrer que le nombre de jours n pour qu'Aurélien arrive à Stockholm vérifie :

$$n^2 + 7n - 800 = 0$$

3) Retrouver le résultat de la partie A.

Exercice 3

Plaques de verre teintées

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 20 % de son intensité lumineuse. L'intensité lumineuse est exprimée en candela (cd).
On utilise une lampe torche qui émet un rayon d'intensité lumineuse réglée à 400 cd.
On superpose n plaques de verres identiques (n étant un entier naturel) et on désire mesurer l'intensité lumineuse I_n du rayon à la sortie de la n-ième plaque.
On note $\mathrm{I}_0 = 400$ l'intensité lumineuse du rayon émis par la lampe torche avant de traverser les plaques (intensité lumineuse initiale). Ainsi, cette situation est modélisée par la suite (I_n).

1) Montrer par un calcul que $\mathrm{I}_1 = 320$.
2) a) Pour tout entier naturel n , exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.
   b) En déduire la nature de la suite (I_n). Préciser sa raison et son premier terme.
   c) Pour tout entier naturel n, exprimer I_n en fonction de n.
3) On souhaite déterminer le nombre minimal n de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu au moins 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.
   a) Afin de déterminer le nombre de plaques à superposer, on considère la fonction Python suivante :

```python
def nbreP(j):
    i=400
    n=0
    while i>j:
        i=0.8*i
        n=n+1
    return n
```

   Préciser, en justifiant, le nombre j de sorte que l'appel nbreP(j) renvoie le nombre de plaques à superposer.
   b) Rentrer le programme dans la calculatrice puis donne le nombre de plaques nécessaires.