

Contrôle de mathématiques

Jeudi 21 Avril 2022

EXERCICE 1

QCM

(5 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) On lance deux fois une pièce équilibrée, de manières identiques et indépendantes.
Si le joueur obtient 2 Faces, il perd 5 €, s'il obtient exactement une Face, il gagne 2 €, s'il obtient 2 Piles il gagne 4 €. On note G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros.

a) $E(G) = 0,75$ b) $E(G) = \frac{1}{3}$ c) $E(G) = 1$ d) $E(G) = \frac{1}{4}$

- 2) A et B sont deux événements, et on donne $p(A) = \frac{3}{7}$, $p(B) = \frac{3}{20}$, $p(A \cup B) = \frac{4}{7}$.

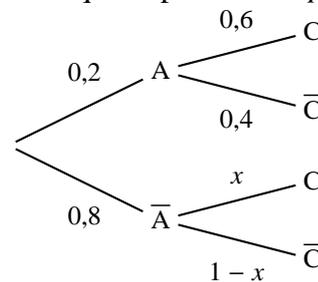
a) A et B sont indépendants.

b) $p_A(B) = \frac{3}{980}$. c) $p(A \cap B) = \frac{1}{140}$. d) $p_A(B) = \frac{1}{60}$.

- 3) On donne l'arbre de probabilités ci-dessous, ainsi que la probabilité $p(C) = 0,48$.

a) $x = 0,6$ b) $x = 0,36$

c) $x = 0,45$ d) $x = \frac{0,48}{0,12}$



- 4) L'angle $\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ est équivalent l'angle :

a) $-\frac{14\pi}{4}$ b) $\frac{7\pi}{4}$ c) $\frac{13\pi}{4}$ d) $\frac{19\pi}{4}$

- 5) Soit le réel x appartenant à l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ tel que $\sin x = 0,8$. Alors :

a) $\cos x = 0,6$ b) $\cos x = -0,6$ c) $\cos x = 0,2$ d) $\cos x = -0,2$

EXERCICE 2

Sciences ou économie ?

(7 points)

Soit un paquet de cartes contenant un même nombre de cartes de « Sciences » et d'« Économie ». Une question liée à un de ces deux thèmes figure sur chaque carte.

Les cartes sont mélangées et on en tire une au hasard. Ensuite, on répond à la question.

Un groupe participe à ce jeu. Connaissant leurs points forts et leurs faiblesses, on estime :

- qu'il a 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en sciences ;
- qu'il a 1 chance sur 8 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en économie.

On note S « La question concerne les Sciences » et B « La réponse donnée est bonne ».

Partie A

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- 2) Calculer $p(B \cap S)$.
- 3) Déterminer la probabilité que le groupe réponde correctement à la question.
- 4) Les événements S et B sont-ils indépendants ?

Partie B

Pour participer à ce jeu, on doit payer 5 € de droit d'inscription. On recevra :

- 10 € si on est interrogé en sciences et que la réponse est correcte ;
- 30 € si on est interrogé en économie et que la réponse est correcte ;
- rien si la réponse donnée est fausse.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée, associe son gain. On appelle gain la différence en euros entre ce qui est reçu et les 5 € de droit d'inscription.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2) Montrer que l'espérance mathématique $E(X)$ est telle que : $E(X) = 0,625$.
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'énoncé.
- 3) Calculer la variance et l'écart-type de X . On arrondira à 10^{-3} .

EXERCICE 3

Smartphone

(4 points)

On arrondira à 10^{-3} si nécessaire.

Un modèle de smartphone d'une entreprise est produit par deux sous-traitants A et B. Chez le sous-traitant A, qui assure 40 % de la production totale, 4 % des smartphones sont défectueux.

Le sous-traitant B assure le reste de la production.

On constate que la probabilité qu'un smartphone pris au hasard dans les stocks de l'entreprise soit défectueux est de 0,034.

- 1) Quel pourcentage de la production totale le sous-traitant B assure-t-il ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'un smartphone du sous-traitant B soit défectueux ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'un smartphone défectueux provienne du sous-traitant B ?

EXERCICE 4

Assurance

(4 points)

Une société assure annuellement les téléviseurs d'une chaîne hôtelière de luxe. Chaque téléviseur est assuré pour 40 €.

Le risque qu'un problème mineur survienne dans l'année est de 10 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 120 € (en moyenne).

Le risque qu'un problème majeur survienne dans l'année est de 2 %. Le coût du sinistre pour l'assureur est alors de 1 020 € (en moyenne).

Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique annuel de l'assureur par contrat pour un téléviseur.

Les valeurs prises par X sont donc 40, -80 et -980.

- 1) Donner la loi de probabilité de X .
- 2) Combien l'assureur peut-il espérer gagner en moyenne par contrat ?