

# Contrôle de mathématiques

Jeudi 23 mai 2024

## EXERCICE 1

### QCM

(5 points)

1) Quelle est la proposition vraie :

a)  $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$     b)  $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$     c)  $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$     d)  $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = -1$

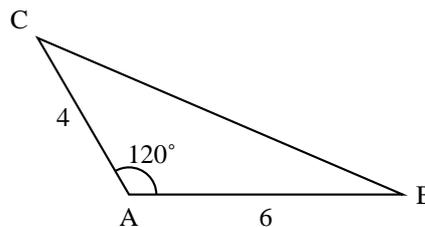
2) L'ensemble des solutions dans  $] -\pi ; \pi ]$  de l'équation  $\cos x = -\frac{1}{2}$  est :

a)  $\left\{\frac{5\pi}{6}\right\}$     b)  $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$     c)  $\left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right\}$     d)  $\left\{-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$

3) Soit un triangle ABC tel que  $AB = 6$ ,  $AC = 4$  et  $BC = 5$ . Alors  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  vaut :

a) 27    b)  $\frac{5}{2}$     c) 0    d)  $\frac{27}{2}$

Soit la figure suivante :



4) Le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  vaut :

a) 12    b)  $12\sqrt{3}$     c) -12    d)  $-12\sqrt{3}$

5) L'aire du triangle ABC vaut :

a) 6    b)  $6\sqrt{3}$     c)  $-6\sqrt{3}$     d)  $24\sqrt{3}$

## EXERCICE 2

### Alignement

(4 points)

Soit ABC un triangle. On donne les points I, J et K définis par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB}, \quad k \in \mathbb{R}$$

1) Établir que :  $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2) On considère le repère  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

a) Déterminer les coordonnées des points I, J, K.

b) Déterminer le réel  $k$  pour que les points I, J et K soient alignés.

### EXERCICE 3

#### Angle dans un rectangle

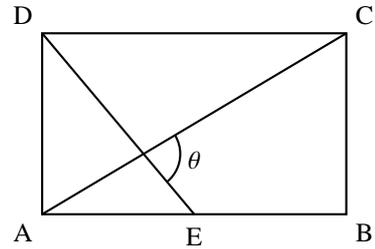
(4 points)

Soit ABCD un rectangle tel que  $AB = 5$  et  $AD = 3$  et E milieu du milieu [AB].  
On cherche à déterminer l'angle marqué sur la figure.

- 1) On considère le repère  $(A; \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{3}\overrightarrow{AD})$ .

Déterminer le produit scalaire :  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

- 2) Déterminer les valeurs exactes des longueurs DE et AC.  
3) En déduire  $\cos \theta$  puis donner une valeur approchée en degré à  $10^{-1}$  près de l'angle  $\theta$ .



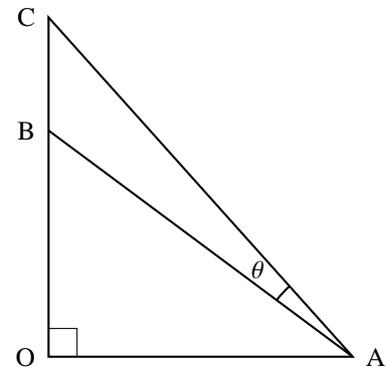
### EXERCICE 4

#### Angle dans un triangle

(4 points)

On donne la figure suivant avec  $OA = 16$ ,  $OB = 12$  et  $BC = 6$ .

- 1) Justifier que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = OA^2 + OB \times OC$   
2) Calculer les valeurs exactes des longueurs AB et AC  
3) Calculer les valeurs exactes de  $\cos \theta$  et de  $\theta$  puis donner une valeur approchée de  $\theta$  en degré au dixième près.



### EXERCICE 5

#### Triangle

(3 points)

Soit un triangle ABC tel que  $AB = 56$ ,  $AC = 77$  et  $BC = 60$ .

- 1) Quelle relation permet de calculer l'angle  $\widehat{BAC}$  en fonction des trois longueurs du triangle. Donner cette relation.  
2) Déterminer la valeur exacte de  $\widehat{BAC}$  puis en donner une valeur approchée au degré près.  
3) Par la même méthode, déterminer la valeur exacte de  $\widehat{ABC}$  puis en donner une valeur approchée au degré près.