

# Correction contrôle de mathématiques

## Du lundi 23 septembre 2024

### EXERCICE 1

#### QCM

(5 points)

- 1) a) :  $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} = x \stackrel{\times 6}{\Leftrightarrow} 3x+3-4x+2=6x \Leftrightarrow -7x=-5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{7}$
- 2) d) :  $(2x-7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$
- 3) a) :  $(6x+1)(2-5x) + 25x^2 - 4 = (-6x-1)(5x-2) + (5x-2)(5x+2)$   
 $= (5x-2)(-6x-1+5x+2) = (5x-2)(1-x)$
- 4) b) :  $\frac{2x-5}{3} < \frac{3x+1}{5} + x \stackrel{\times 15}{\Leftrightarrow} 10x-25 < -x+3+15x \Leftrightarrow -14x < 28 \Leftrightarrow x > -2$
- 5) b) : Soit  $x$  le plus grand des nombres et  $y$  le plus petit. On a :
- $$\begin{cases} x+y=206 \\ x=4y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=206 & (1) \\ x-4y=1 & (2) \end{cases}$$
- (1) - (2) :  $5y = 205 \Leftrightarrow y = 41$  et de (1) :  $x = 206 - 41 = 165$ .

### EXERCICE 2

#### Résoudre les équations suivantes :

(5 points)

- 1)  $3(2x-5) - 4x + 8 = 5 - 6x \Leftrightarrow 6x - 15 - 4x + 8 = 5 - 6x \Leftrightarrow$   
 $6x - 4x + 6x = 15 - 8 + 5 \Leftrightarrow 8x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$
- 2)  $\frac{x-3}{4} + \frac{3x-1}{8} = x - \frac{1-3x}{2} \stackrel{\times 8}{\Leftrightarrow} 2x-6+3x-1=8x-4+12x \Leftrightarrow$   
 $2x+3x-8x-12x=6+1-4 \Leftrightarrow -15x=3 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{5}$
- 3)  $(3x+2)(5-x) = 2(2-x)(3x+2) \Leftrightarrow (3x+2)(5-x) - 2(2-x)(3x+2) = 0 \Leftrightarrow$   
 $(3x+2)(5-x-4+2x) = 0 \Leftrightarrow (3x+2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$  ou  $x = -1$ .
- 4)  $(5-9x)^2 - (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow (5-9x-x+3)(5-9x+x-3) = 0 \Leftrightarrow$   
 $(-10x+8)(-8x+2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$  ou  $x = \frac{1}{4}$
- 5)  $4x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = -9$  impossible car  $\forall x \in \mathbb{R}, 4x^2 \geq 0 \Leftrightarrow S = \emptyset$

### EXERCICE 3

#### Résoudre les équations rationnelles suivantes :

(3 points)

- 1)  $\frac{2x-1}{3-x} = -\frac{7}{6}, D_f = \mathbb{R} - \{3\}$   
 $x \in D_f$ , par un produit en croix  
 $12x - 6 = -21 + 7x \Leftrightarrow 12x - 7x = 6 - 21 \Leftrightarrow 5x = -15 \Leftrightarrow x = -3 \in D_f \Leftrightarrow S = \{-3\}$

$$2) \frac{3-x}{3x+1} = \frac{2-x}{3x-2}, \quad D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right\}$$

$$x \in D_f, \text{ par un produit en croix } (3-x)(3x-2) = (2-x)(3x+1)$$

$$9x - 6 - 3x^2 + 2x = 6x + 2 - 3x^2 - x \Leftrightarrow 9x + 2x - 6x + x = 6 + 2$$

$$6x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

$$3) \frac{5}{x-4} - \frac{4}{x} = \frac{1}{x-2}, \quad D_f = \mathbb{R} - \{0; 2; 4\}$$

$$x \in D_f, \text{ on multiplie par } x(x-4)(x-2) : 5x(x-2) - 4(x-4)(x-2) = x(x-4)$$

$$5x^2 - 10x - 4x^2 + 8x + 16x - 32 = x^2 - 4x \Leftrightarrow -10x + 8x + 16x + 4x = 32$$

$$18x = 32 \Leftrightarrow x = \frac{16}{9} \in D_f \Leftrightarrow S = \left\{ \frac{16}{9} \right\}$$

### EXERCICE 4

Résoudre les inéquations suivantes :

(5 points)

$$1) 7 + 3x - 3(5x - 6) \leq 3(2x + 3) - 4 \Leftrightarrow 7 + 3x - 15x + 18 \leq 6x + 9 - 4 \Leftrightarrow$$

$$3x - 15x - 6x \leq -7 - 18 + 9 - 4 \Leftrightarrow -18x \leq -20 \Leftrightarrow x \geq \frac{10}{9} \Leftrightarrow S = \left[ \frac{10}{9}; +\infty \right[$$

$$2) (x+2)(3-x) \geq (2x+4)(5+2x) \Leftrightarrow (x+2)(3-x) - 2(x+2)(5+2x) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x+2)(3-x-10-4x) \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)(-5x-7) \geq 0 \text{ V.F. } x = -2 \text{ et } x = -\frac{7}{5}$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$-\frac{7}{5}$	$+\infty$
$x+2$		-	0	+
$-5x-7$		+	+	0
$(x+2)(-5x-7)$		-	0	+

$$S = \left[ -2; -\frac{7}{5} \right]$$

$$3) (x+3)^2 > 16 \Leftrightarrow (x+3)^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow (x+3-4)(x+3+4) > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+7) > 0$$

$x$	$-\infty$	$-7$	$1$	$+\infty$
$x-1$		-	-	0
$x+7$		-	0	+
$(x-1)(x+7)$		+	0	-

$$\text{V.F. } x = 1 \text{ et } x = 7$$

$$S = ]-\infty; -7[ \cup ]1; +\infty[$$

$$4) \frac{4x+1}{x-3} \leq 5, \quad D_f = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$\frac{4x+1}{x-3} - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x+1-5x+15}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x+16}{x-3} \leq 0$$

$x$	$-\infty$	$3$	$16$	$+\infty$
$-x+16$		+	+	0
$x-3$		-	0	+
$\frac{-x+16}{x-3}$		-	+	0

$$\text{V.F. } x = 16 \text{ et } x = 3$$

$$S = ]-\infty; 3[ \cup ]16; +\infty[$$

**EXERCICE 5****Problèmes****(2 points)**

1) Soit  $x$  et  $y$  les nombres de billes que possède respectivement Paul et Virginie.

$$\begin{cases} x = y + 8 \\ 2y = x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 8 & (1) \\ x - 2y = -7 & (2) \end{cases}$$

(1) - (2) :  $y = 15$  et de (1) :  $x = 15 + 8 = 23$ . Paul a 23 billes et Virginie 15.

2) Soit  $x$  la part en euros de la première personne :

$$x + (x + 240) + \frac{3}{4} [x + (x + 240)] = 9\,800 \Leftrightarrow \overset{\times 4}{4x + 4x + 960 + 3x + 3x + 720} = 39\,200 \Leftrightarrow$$

$$14x = 39\,200 - 960 - 720 \Leftrightarrow 14x = 37\,520 \Leftrightarrow x = \frac{37\,520}{14} = 2\,680$$

Pour la 2<sup>e</sup> personne :  $2\,680 + 240 = 2\,920$  et la 3<sup>e</sup> personne  $\frac{3}{4}(2\,680 + 2\,920) = 4\,200$

Les parts respectives des 3 personnes sont : 2 680 €, 2 920 € et 4 200 €.