

Correction devoir de mathématiques

Du lundi 6 janvier 2025

EXERCICE 1

Ensemble de définition

(4 points)

1) $x^2 + x - 2 = 0 \stackrel{1 \text{ rac. évid.}}{\Leftrightarrow} x_1 = 1 \text{ ou } x_2 = -2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2; 1\}$

2) $4 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow D_f = \left] -\infty; \frac{4}{3} \right]$

3) $\frac{2-x}{x+3} \geq 0$,

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$\frac{2-x}{x+3}$	-	+	0	-

 $\Rightarrow D_f =]-3; 2]$.

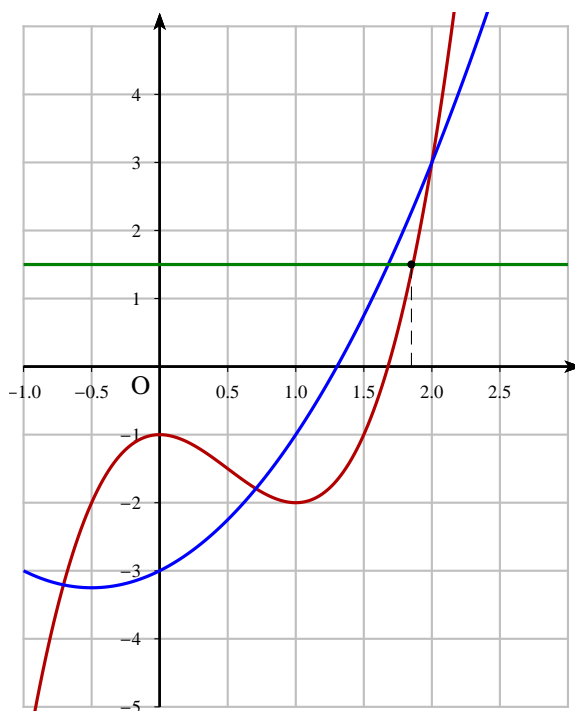
4) $4 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{4}{5} \right\}$

EXERCICE 2

Résolution graphique

(6 points)

1) On obtient la courbe suivante :



2) a)

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$

b) L'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α sur \mathbb{R} car la courbe \mathcal{C}_f ne coupe qu'une seule fois l'axe des abscisses. Par lecture graphique $\alpha \approx 1,7$

c) Pour résoudre $f(x) \leq 1,5$, on trace la droite $y = 1,5$.

On cherche les abscisses des points de \mathcal{C}_f qui sont sur ou en dessous de la droite $y = 1,5$, on obtient $S =]-\infty; 1,8]$

d) On trace la parabole $y = x^2 + x - 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3,25$

On cherche les abscisses des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la parabole. On obtient trois solutions : $x_1 \approx -0,7$, $x_2 \approx 0,7$, $x_3 \approx 2,0$

EXERCICE 3

Valeur absolue

(4 points)

1) Résoudre algébriquement les équations et inéquations suivantes

a) $2|x - 4| - 1 = 9 \Leftrightarrow |x - 4| = 5 \Leftrightarrow x = 9$ ou $x = 1$

b) $|3 - 2x| = |x + 4| \Leftrightarrow 3 - 2x = x + 4$ ou $3 - 2x = -x - 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ ou $x = 7$

c) $|3x + 1| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 3x + 1 \leq 5 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow S = \left[-2; \frac{4}{3}\right]$

d) $|1 - 5x| > 4 \Leftrightarrow 1 - 5x > 4$ ou $1 - 5x < -4 \Leftrightarrow x < -\frac{3}{5}$ ou $x > 1 \Leftrightarrow$

$$S = \left]-\infty; -\frac{3}{5}\right[\cup]1; +\infty[$$

2) $I =]-21; 33[\Leftrightarrow |x - 6| < 27$ $J =]-\infty; 6] \cup [14; +\infty[\Leftrightarrow |x - 10| \geq 4$

EXERCICE 4

Variation des fonctions carrées et homographiques

(3 points)

1) $f(x) = x^2 + 4x + 7 = (x + 2)^2 + 3$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

2) $g(x) = 4 + \frac{3}{1-x} = 4 - \frac{3}{x-1}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	4	$+\infty$	4

EXERCICE 5

Parité

(3 points)

1) f impaire car $\forall x \in \mathbb{R} - \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$, $f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2 - 3} = -\frac{2x}{x^2 - 3} = -f(x)$

2) f paire car $\forall x \in [2; 2]$, $f(-x) = \sqrt{4 - (-x)^2} = \sqrt{4 - x^2} = f(x)$

3) f impaire car $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x) + 2} = -\frac{\sin x}{\cos x + 2}$